

Décomposition stochastique pour le nombre de clients dans les systèmes de files d'attente

N. DJELLAB¹

Département de Mathématiques Université Badji Mokhtar Annaba.
djellab@yahoo.fr

Résumé Dans ce papier, nous présentons une synthèse détaillée des principaux résultats obtenus dans la littérature sur le concept général de la propriété de décomposition stochastique (PDS) des systèmes de files d'attente (systèmes d'attente avec vacances, systèmes d'attente avec rappels, etc.). L'idée de cette propriété consiste à lier une caractéristique de performance d'un modèle complexe à celle correspondant au même modèle mais sous sa forme plus simple. Les systèmes évoqués dans ce travail sont en régime stationnaire.

Mots clés : Systèmes d'attente avec rappels, décomposition stochastique, vacances, chaîne de Markov induite.

L'idée de la propriété de décomposition stochastique d'un système de files d'attente consiste à lier une caractéristique d'un modèle complexe à celle correspondant au même modèle mais plus simple et déjà étudié. Le concept général de la propriété de décomposition stochastique (PDS) d'un système de files d'attente $M/G/1$ est défini de la manière suivante : le nombre de clients se trouvant dans le système à une date aléatoire est distribué comme la somme de deux variables aléatoires indépendantes ou plus ; l'une de ces variables représente le nombre de clients se trouvant dans le système $M/G/1$ ordinaire (le serveur est toujours disponible). Les systèmes évoqués sont en régime stationnaire. Ce type de décomposition a été observé auparavant pour les systèmes d'attente avec vacances. Ces derniers sont caractérisés par le fait que le temps inoccupé du serveur peut être utilisé pour les tâches extérieurs. En premier lieu, nous passons en revue la propriété de décomposition stochastique des systèmes d'attente avec vacances. Puis, nous considérons comment cette propriété se présente dans certains systèmes de files d'attente avec rappels. La décomposition stochastique pour le nombre de clients dans le système d'attente avec vacances (dans le cas d'un service exhaustif) a été observée pour la première fois par Fuhrmann (1981), puis confirmée par Doshi (1986). Sous la condition que le système est en régime stationnaire, le résultat suivant a été établi : la fonction génératrice du nombre de clients dans le système est le produit de deux fonctions génératrices. La première correspond au système $M/G/1$ ordinaire où le serveur est toujours disponible, et la seconde est la fonction génératrice pour le nombre de

clients qui vont arriver dans le système durant les vacances. La propriété de décomposition stochastique dans le cas d'un service non-exhaustif a été explicitement établie par Gaver (1962). L'auteur a également justifié la relation entre les modèles avec vacances et ceux avec priorité. Cependant, ce sont Fuhrmann et Cooper (1985) qui ont défini une série d'hypothèses caractérisant les systèmes de files d'attente vérifiant la propriété de décomposition stochastique. Les modèles avec rappels peuvent être considérés comme un type particulier des modèles avec vacances, où les vacances commencent après chaque service et leur durée dépend de l'état du système et du processus des arrivées. Par conséquent, le modèle sans vacances est le modèle ordinaire sans rappels, et les vacances sont occasionnées par les tentatives répétées. La validité de la propriété de décomposition stochastique a été prouvée pour certains modèles avec rappels : - modèle avec rappels de type M/G/1 (Yang et Templeton, 1987; Yang et al., 1994; Artalejo et Falin, 1994); - modèle avec rappels et arrivée par groupes (Yang et Templeton, 1987); - modèle avec rappels et priorité (Falin et al., 1993); - modèles avec serveur non fiable (Aissani et Artalejo, 1998; Djellab, 2002; Yang et Li, 1994; Krishna Kumar et al., 2002); - modèles avec rappels et vacances (Artalejo, 1997; Langaris et Moutzoukis, 1995). Il est possible de conclure, que certains problèmes des systèmes de files d'attente avec rappels et leurs résolutions peuvent être simplifiés, si on les considère comme les problèmes des systèmes d'attente avec vacances.

Key words: système de files d'attente avec rappels, décomposition stochastique, vacation, chaîne de Markov induite.

Références

1. A. Aissani and J.R. Artalejo. On the single server retrial queue subject to breakdowns. *Queueing systems*, 30, 309-321, 1998.
2. J.R. Artalejo. Analysis of an M/G/1 queue with constant repeated attempts and server vacations. *Computer Ops Res.*, 24, 493-504, 1997.
3. J.R. Artalejo and G. Falin. Stochastic decomposition for retrial queues; *TOP*, 2, 3289-3342, 1994.
4. N.V. Djellab. On the M/G/1 retrial queue subjected to breakdowns. *RAIRO : Operations Research*, 36, 299-310, 2002.
5. B.T. Doshi. *Queueing systems with vacations-a survey*. *Queueing systems*, 1, 29-66, 1986.
6. G. Falin, J.R. Artalejo and M. Martin. On the single server retrial queue with priority customers. *Queueing Systems*, 14, 439-455, 1993.
7. S. Fuhrmann. A note on the M/G/1 queue with server vacations. *Oper. Res.*, 31, 1318, 1981.
8. S. Fuhrmann and R.B. Cooper. Stochastic decomposition in the M/G/1 queue with generalized vacations. *Oper. Res.*, 33, 1117-1129, 1985.
9. D.P. Gaver. A waiting line with interrupted service, including priorities. *J. Roy. Stat. Soc. B25*, 73-90, 1962.
10. E. Gelenbe and R. Iasnogorodski. A queue with server of walking type. *Annales de l'Institut Henri Poincaré (B)*, 16(1), 63-73, 1980.

11. B. Krishna Kumar et al. The M/G/1 retrial queue with feedback and starting failures. *Applied Mathematical Modelling*, 26, 1057-1075, 2002.
12. V.G. Kulkarni and B.D. Choi. Retrial queues with server subject to breakdowns and repairs. *Queueing Systems*, 7, 191-208, 1990.
13. C. Langaris and E. Moutzoukis. A retrial queue with structured batch arrivals, priorities and server vacations. *Queueing systems*, 20, 341-368, 1995.
14. T. Yang and H. Li. The M/G/1 retrial queue with the server subject to starting failures. *Queueing Systems*, 16, 83-96, 1994.
15. T. Yang and al.. An approximation method for M/G/1 retrial queue with general retrial times. *European Journal of Operational Research*, 76, 552-562, 1994.
16. T. Yang and J.G.C. Templeton. A survey on retrial queues. *Queueing Systems*, 2, 201-233, 1987.