

Evaluation des Performances des Systèmes Prioritaires $M_2/M_2/1// (N_1, N_2)$ à l'aide des Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG)

Sedda HAKMI, Ouiza LEKADIR et Djamil AISSANI

Laboratoire de Modélisation et d'Optimisation des Systèmes LAMOS
Université de Béjaïa 06000, Algérie.

Résumé Ce travail est consacré à la modélisation et à l'évaluation des performances des systèmes d'attente avec priorité relative et source finie via les Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG). En effet, Leur prolongement vers les processus de Markov accroît considérablement leur intérêt. Cela nous permet d'effectuer une analyse qualitative et quantitative de ces systèmes prioritaires. Par ailleurs, nous montrerons comment ce formalisme nous permet de réduire la complexité de leurs analyses.

Mots clefs : RdPSG, simulation, Priorité relative, Evaluation des performances.

Dans ce travail, nous avons évalué les performances des systèmes $M_2/M_2/1// (N_1, N_2)$ avec priorité relative, via le formalisme des réseaux de Petri stochastiques généralisés (RdPSG).

Les réseaux de Petri (RdP), développé par Carl Adam Petri [7], sont un ensemble d'outils qui permet à la fois la modélisation, l'analyse qualitative et l'analyse quantitative de systèmes. Ils ont le double avantage de fournir un support graphique naturel qui est d'une aide précieuse dans l'analyse, et de posséder des propriétés analytiques qui permettent une évaluation simple du comportement du système étudié. L'introduction de certains paramètres, caractéristiques et critères particuliers à la définition initiale des RdP a conduit à l'apparition de plusieurs formalismes. Parmi ces formalismes, on distingue les RdPSG introduit par Molloy [6]. Les RdPSG sont une extension des RdP stochastiques autorisant deux classes de transitions [3] :

- Des transitions instantanées : ces transitions possèdent une durée de franchissement nulle. Le marquage associé à ce type de transition est dit marquage immédiat.
- Des transitions temporisées à qui correspondent des variables aléatoires déterminant la durée de franchissement. Le marquage associé à ce type de transition est dit marquage tangible.

Les RdPSG ont été exploités pour la modélisation et l'analyse de performances des systèmes de files d'attente avec rappels [4]. L'objet de cet article est de modéliser et d'évaluer les performances des systèmes $M_2/M_2/1// (N_1, N_2)$ en utilisant les Réseaux de Petri stochastiques généralisés. En effet, ce choix est dicté par le fait que les systèmes de files d'attente sont modélisés par des processus aléatoires, ainsi, que pour l'existence d'évènements immédiats à caractériser.

Dans certains systèmes de files d'attente (S.F.A) prioritaires, les clients proviennent d'au moins une population finie. On parle dans ce cas de S.F.A. à source(s) finie(s). Nous considérons dans ce travail un système de files d'attente avec priorité relative où k classes de priorités proviennent de k sources finies. L'analyse de ces systèmes est complexe, en effet, leurs études dans la littérature se base essentiellement sur des méthodes approximatives ou des méthodes algorithmiques.

Notre travail a consisté à faire usage du formalisme RdPSG pour modéliser les systèmes $M_2/M_2/1// (N_1, N_2)$ avec priorité relative, et d'évaluer leurs performances. La puissance d'expression de ce formalisme nous a permis une modélisation très détaillée et sémantiquement précise qui a réduit la complexité de ces systèmes prioritaires. Par ailleurs, elle nous a offert, en plus d'une analyse qualitative, une analyse quantitative des indices de performance. En effet, l'isomorphisme existant entre les RdPSG et les processus markoviens, nous a permis d'exploiter les techniques de ces derniers pour le calcul des mesures de performances.

Conclusion

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à l'évaluation des performances des systèmes d'attente $M_2/M_2/1// (N_1, N_2)$ avec priorité relative et sources finies via les RdPSG.

Dans un premier temps, nous avons proposé une modélisation de ces derniers systèmes par les RdPSG, puis nous nous sommes intéressés à leurs analyses qui consiste à définir d'une part leurs propriétés qualitatives et d'autre part à calculer leurs paramètres de performances quantitatifs. Les résultats numériques obtenus ont prouvé l'efficacité de l'approche proposée. En effet, nous avons pu constater que les RdPSG sont très puissants en terme d'expressivité et qu'ils constituent une approche fiable pour le calcul des paramètres de performances.

L'analyse d'un système prioritaire présente des difficultés puisque la description de l'état du système doit tenir compte de l'information de chaque classe. Si les sources sont finies, cela introduit de grandes difficultés analytiques et complique énormément l'analyse des performances du système. C'est pourquoi, nous avons proposé dans cet article une approche de modélisation, d'analyse et d'évaluation de performances des systèmes prioritaires à sources finies basée sur les RdPSG.

En effet, Nous avons effectué une étude comparative entre les résultats obtenus par l'approche RdPSG et ceux obtenus analytiquement [1, 2]. Cette comparaison a confirmé l'efficacité de notre approche. Ainsi, notre travail avenir, à cours terme, sera d'élargir cette étude aux systèmes avec priorité absolue ayant plusieurs sources finies.

Références

1. M. J. Chandra and R. G. Sargent. Numerical Method to Obtain the Equilibrium Results for the Multiple Finite Sources Priority Queueing Model. *Inform Management Science*, 29(11), 1298–1308, 1983.
2. M. J. Chandra. A Study of Multiple Finite-Source Queueing Models. *The Journal of the Operational Research Society*, 37(3), 275–283, 1986.
3. M. Diaz. *Petri nets. fundamental models, verification and applications*. ISTE Ltd and John Wiley and Sons, Inc, 2009.
4. N. Gharbi and M. Ioualalen. Numerical investigation of finite-source multiserver systems with different vacation policies. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(3), 625–635, 2010.
5. N. K. Jaiswal. *Prioity Queues*. Acadimic press new york and london, University of southern California, 1968.
6. M. K. Molloy. On the integration of delay and throughput measures in processing models. *PhD thesis, University of California, Los Angeles, USA*, 1981.
7. C. A. Petri. *Kommunikation mit automaten, Phd dissertatio, Institut für Instrumentelle Mathematik, University of Bonn, West Germany*, 1962.