

# La rupture d'un bi-matériau en présence d'une inclusion circulaire

M. EDDRIEF et A.ABOURA

Le Labo. Génie industriel et développement durable.  
Centre Universitaire de Relizane Algérie.  
Eddrief\_mohamed@yahoo.fr

**RÉSUMÉ.** *L'étude de l'interaction entre fissures et inclusions constitue un bon nombre de travaux tenant compte du comportement en rupture des bi-matériaux. Les effets de la position de l'inclusion, sa taille et sa rigidité vis-à-vis de la fissure sont non négligeables sur les paramètres de rupture, à savoir le facteur d'intensité de contraintes. Aussi l'objectif de cette analyse vise-t-il à prévoir la rupture interfaciale en mode I et en mode II d'un bi-matériau en présence d'une inclusion. Cette étude porte sur l'effet du rapprochement ou de l'éloignement de l'inclusion par rapport à la pointe de fissure dans les directions longitudinale et transversale et l'effet de la taille de l'inclusion par rapport à celle de la fissure pour diverses variations de la rigidité de l'inclusion par rapport à celles du bi-matériau. Les résultats numériques anticipent un comportement en rupture notable et révélateur sur une estimation de la rigidité équivalente du bi-matériau permettant ainsi de prévaloir sa robustesse.*

**MOTS CLES :** *rupture, fissure, interface, inclusion.*

## 1. Introduction

La compréhension du phénomène de la rupture des bi-matériaux nécessite des études approfondies des phénomènes d'amorçage et de propagation des fissures qui, en général, prennent naissance dans les zones de fortes concentrations de contraintes dues aux effets géométriques ou métallurgiques. La connaissance de la distribution des contraintes au voisinage des différentes zones a son importance pour l'analyse de la variation du facteur de concentration de contraintes en fonction de leurs géométries. Ceci permet aussi d'expliquer le phénomène d'amorçage d'une rupture et de quantifier le facteur d'intensité de contraintes (*FIC*) en fonction de la géométrie et de la longueur de la fissure. La présence d'une inclusion dans un milieu infini donne lieu au développement de champs de contraintes tout à fait particuliers, puisque, en particulier, l'état de contrainte est uniforme à l'intérieur de l'inclusion qui est à la base d'un grand nombre de théories d'homogénéisation. Les travaux antérieurs ont porté d'abord sur la détermination des champs de contraintes au voisinage de la pointe de fissure en présence d'une inclusion de forme circulaire [1,2,3], de forme elliptique [4], de forme triangulaire [5]. À partir du champ de contraintes et en identifiant la singularité, il est aisé d'extraire la solution des paramètres de rupture, en l'occurrence le facteur d'intensité de contraintes qui permet de comprendre le comportement en rupture des matériaux en présence d'inclusions. D'autres études en 3D ont modélisé l'interaction entre des fissures émanant d'entaille et des inclusions sphériques [6]. Une multitude de ces investigations ont été élaborés par des approches numériques telles que la méthode des éléments finis [7,8], la méthode des éléments à la frontière [9], la méthode des équations intégrales singulières [10]. Peu d'analyses numériques ont concerné la présence de plusieurs inclusions [11,12,8]. Dans cette étude, différents cas sont analysés avec une tentative de modéliser par l'application de la méthode des éléments finis (*MEF*) l'effet de la présence d'une fissure et d'une inclusion sur le comportement en rupture d'un bi-matériau. Ainsi, il est possible d'étudier le paramètre de rupture *FIC* et les distributions des contraintes qui génèrent les deux modes (mode I et mode II) en faisant varier la position de l'inclusion dans les deux directions par rapport à la fissure, la taille de cette fissure pour différentes rigidités par rapport à celles du bi-matériau. On imagine aisément le grand nombre d'applications que l'on pourrait étudier grâce à tous ces outils réunis : propagation de fissures dans les bétons en fonction de la disposition des agrégats, propagation dans des matériaux composites ou multicouches, structures multi cristallines, rôle des inclusions dans la propagation de fissures.

**2. Cas d'une Fissure Interfaciale Latérale Soumise Au Mode I**

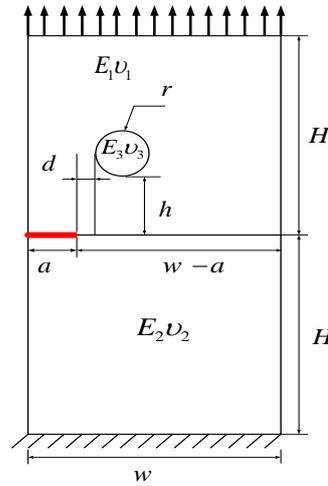


Figure. 1 Modèle Géométrique

**2.1. Effet De L'éloignement Longitudinal**

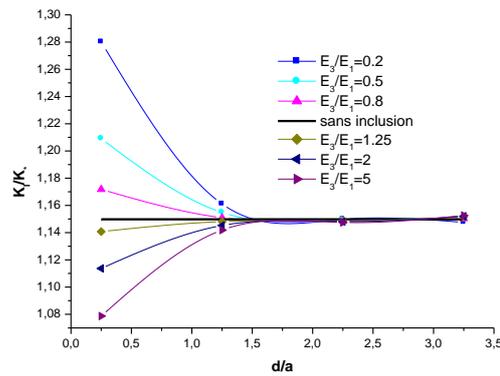


Figure. 2 FIC normalisé en mode I

La variation du facteur d'intensité de contraintes normalisé est clairement identifiée sous l'effet de l'éloignement longitudinal sur le ligament, Fig. 2. Quand l'inclusion est très proche de la pointe, elle influe en augmentant le *FIC* normalisé si elle est moins rigide que le bi-matériau et inversement il diminue si elle est plus rigide. L'inclusion perd totalement de son effet lorsqu'elle s'éloigne de la pointe de la fissure à un seuil relatif  $d/a = 1.5$

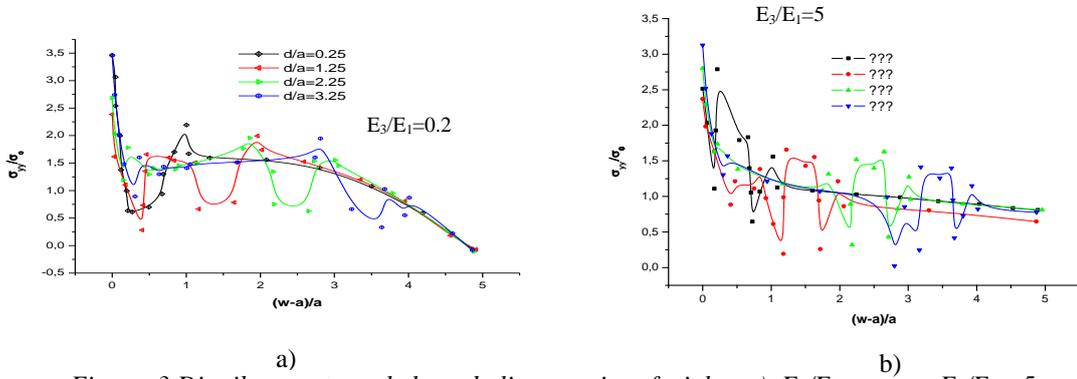


Figure. 3 Distribution de  $\sigma_{yy}$  le long du ligament interfaciale : a)  $E_3/E_1=0.2$ , b)  $E_3/E_1=5$

Le champ de contraintes  $\sigma_{yy}$  indiqué dans la Fig. 3 est visiblement perturbé au voisinage de l'inclusion. Son niveau chute quand l'inclusion est moins rigide que le bi-matériau et augmente dans le cas inverse. Cette perturbation se déplace nettement quand l'inclusion varie longitudinalement.

### II.2. Effet De L'éloignement Transversal

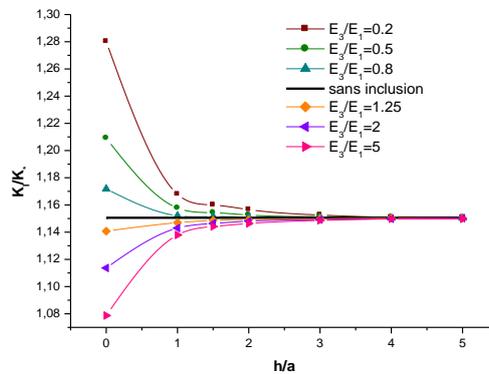


Figure. 4 FIC normalisé en mode I

La Fig. 4 montre que lorsque la fissure est tangente à l'inclusion, le facteur d'intensité de contraintes normalisé augmente ou diminue selon que le matériau de l'inclusion est moins rigide ou plus rigide respectivement que le bi-matériau. Un certain seuil de l'éloignement transversal relatif  $h/a=3$  est observé pour la disparition de l'effet de l'inclusion sur le FIC normalisé.

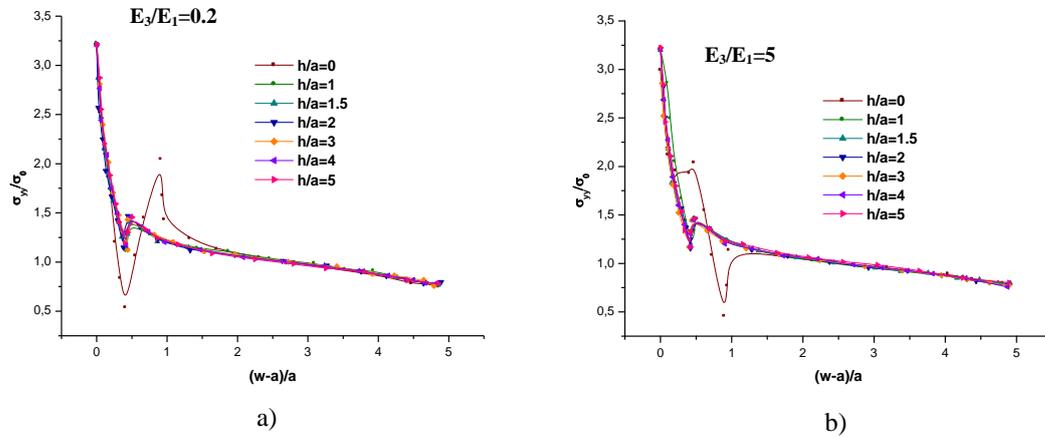


Figure. 5 Distribution de  $\sigma_{yy}$  le long du ligament interfaciale : a)  $E_3/E_1= 0.2$ , b)  $E_3/E_1= 5$

Les cas extrêmes sont indiqués sur la Fig. 5 pour montrer l'effet de l'éloignement transversal de l'inclusion. Il est clair que lorsque l'inclusion est plus rigide (ou moins rigide) et qu'elle est proche de la fissure, la contrainte  $\sigma_{yy}$  est perturbée en exhibant une augmentation (ou diminution) dans le voisinage de cette inclusion. Quand cette inclusion est assez éloignée, son effet s'affaiblit et la contrainte présente le long du ligament une distribution relativement régulière.

2.3. Effet De La Taille De L'inclusion

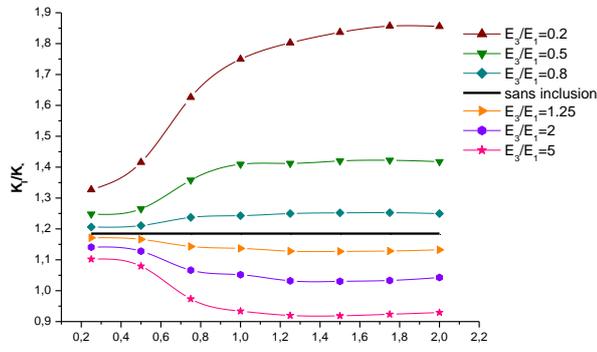


Figure.6 FIC normalisé en mode I

Lorsque la taille de l'inclusion augmente, le facteur d'intensités de contraintes normalisé augmente (diminue) si l'inclusion est moins rigide (plus rigide) selon la figure 6. Cela est dû à la variation de la rigidité équivalente matériau-inclusion de la zone d'étude au voisinage de la pointe de fissure.

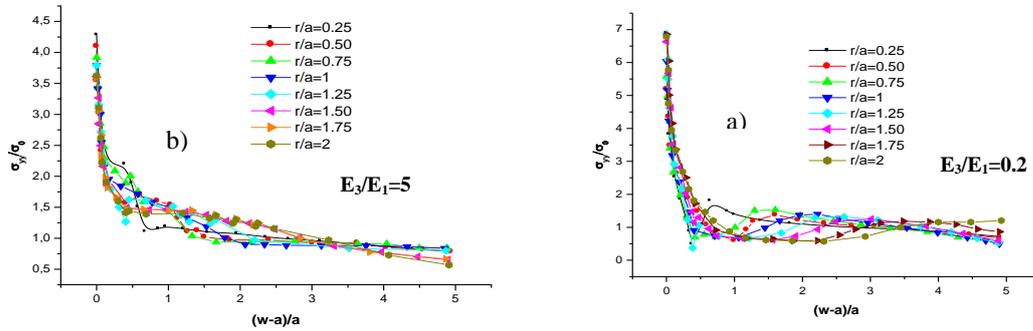


Figure. 7. Distribution de  $\sigma_{yy}$  le long du ligament interfaciale a)  $E_3/E_1= 0.2$ , b)  $E_3/E_1= 5$

Il est observé dans la Fig. 7 une distribution de la contrainte très logique du fait qu'elle présente un bossage supérieur (ou inférieur) dans le voisinage de l'inclusion selon qu'elle est plus rigide (ou moins rigide).

### 3. Cas D'une Fissure Interfaciale Latérale Soumise Au Mode II

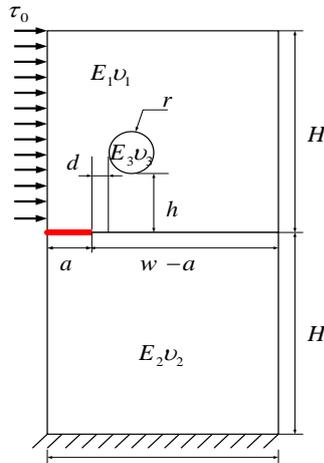


Figure.8. Modèle géométrique

3.1. Effet De L'éloignement Longitudinal

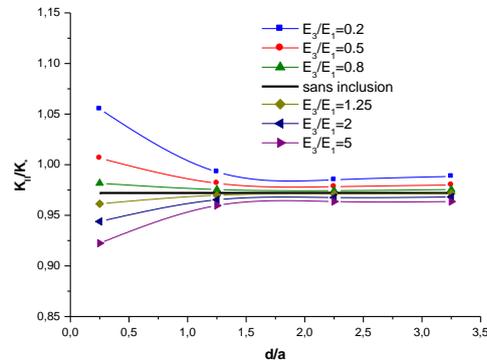


Figure.9. FIC normalisé en mode II

La Figure 9 montre que lorsque l'inclusion est proche de la pointe de fissure, le FIC en mode II est à ses extremums. La valeur maximale pour une inclusion ductile ou une valeur minimale pour une inclusion plus rigide. Ces variations se rejoignent en hyperbole à une distance  $d/a=1.5$  pour se stabiliser en valeur constante. Ce palier exprime la disparition de l'effet de l'inclusion.

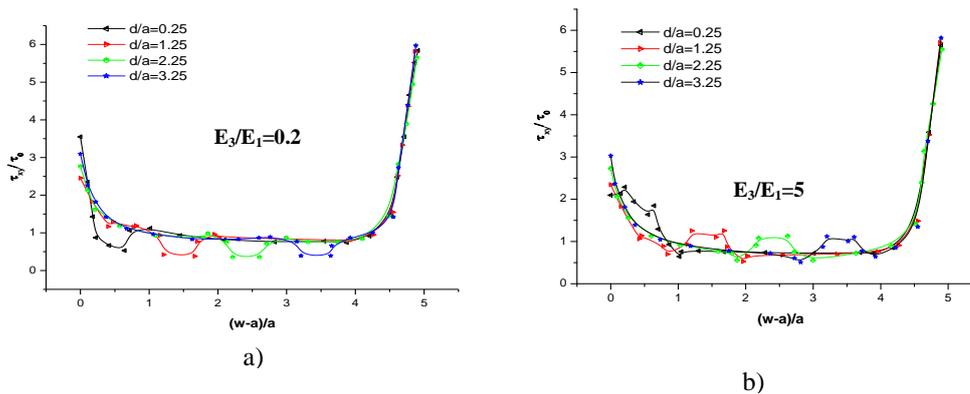


Figure. 10. Distribution de  $\tau_{xy}$  le long du ligament interfaciale : a)  $E_3/E_1= 0.2$ , b)  $E_3/E_1= 5$

La distribution de la contrainte  $\tau_{xy}$  dans la Fig. 10 est régulièrement perturbée au niveau de l'inclusion pendant son déplacement longitudinal. Cette perturbation est à la hausse (ou la baisse) selon que l'inclusion est plus rigide (ou moins rigide). Néanmoins, un phénomène d'effet de bord est observé par une augmentation brusque à la fin du ligament.

3.2. Effet de L'éloignement Transversal

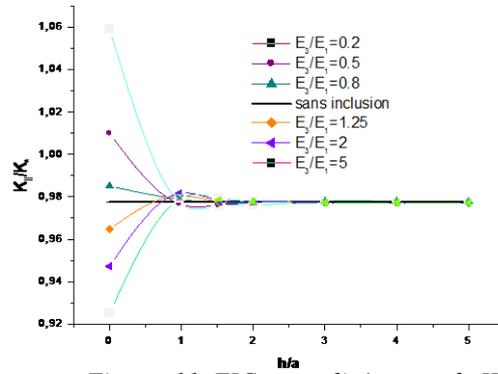


Figure. 11. FIC normalisé en mode II

L'effet de l'éloignement transversal pour le FIC est indiqué par la Fig. 11. Quand l'inclusion est tangente à la fissure, sa rigidité diminue le FIC notablement et inversement. A partir d'un éloignement relatif à  $h/a=1$ , l'effet de l'inclusion devient nul.

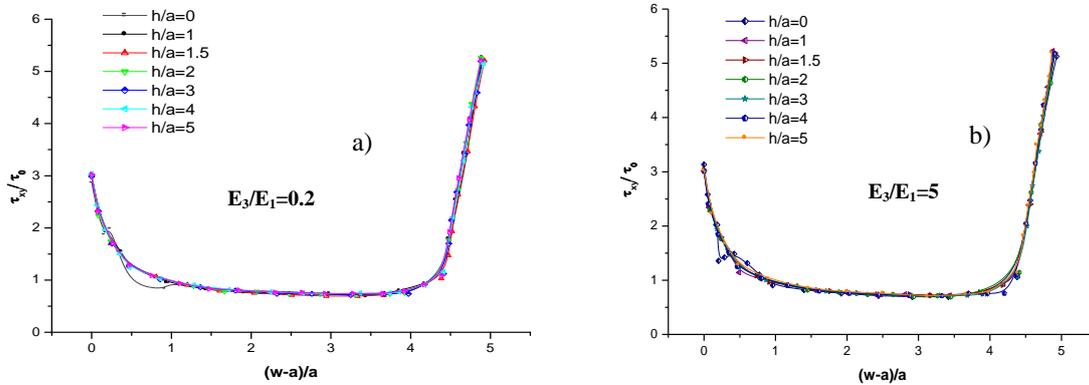


Figure. 12. Distribution de  $\tau_{xy}$  dans le long du ligament interfaciale

a)  $E_3/E_1=0.2$ , b)  $E_3/E_1=5$

Concernant la contrainte  $\tau_{xy}$ , Fig. 12, la perturbation ne concerne que la position de tangence entre l'inclusion et la fissure selon sa rigidité. L'effet de bord demeure marqué.

3.3. Effet de La Taille De L'inclusion

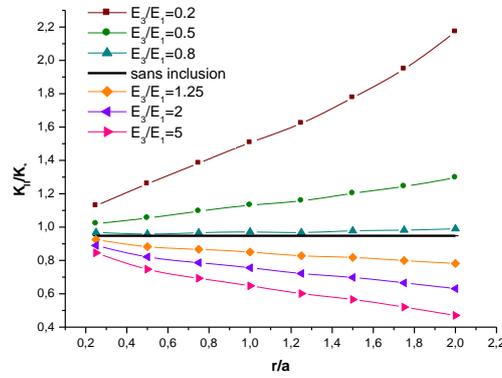


Figure 13. FIC normalisé en mode II

La taille de l'inclusion influe notablement sur le FIC en mode II d'après la Fig. 13. Les valeurs du FIC croissent ou régressent en fonction de la taille et la rigidité de l'inclusion.

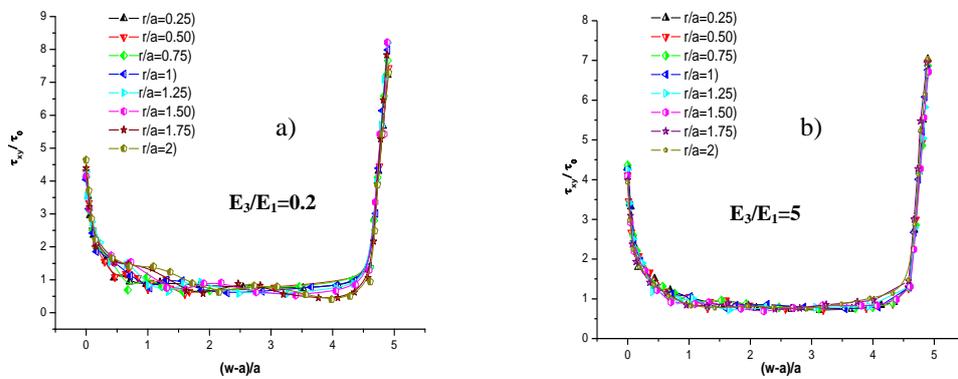


Figure. 14. Distribution de  $\tau_{xy}$  dans le long du ligament interfaciale : a)  $E_3/E_1= 0.2$ , b)  $E_3/E_1= 5$

Dans la Figure 14, la contrainte tangentielle est légèrement perturbée par la variation de la taille de l'inclusion. L'allure décroissante de la contrainte a tendance à chuter davantage au contact d'une inclusion ductile quand sa taille est importante. Dans le cas d'une inclusion plus rigide que le bi-matériau, la décroissance de la courbe de la contrainte en s'éloignant de la pointe de fissure est quelque peu freinée par une insensibilité.

#### 4. CONCLUSION

Les effets de l'inclusion sur le comportement des fissures interfaciales ont montré toute leur importance en caractérisant la variation des facteurs d'intensité de contraintes, la distribution des contraintes  $\sigma_{yy}$  et  $\tau_{xy}$  qui génèrent les modes I et II respectivement pour des rigidités variables de l'inclusion. Les facteurs d'intensité de contraintes dans les deux modes voient leur valeur diminuer d'autant plus qu'elle est dure et/ou grosse car la zone est fragilisée quand l'inclusion est proche de la pointe de fissure. Inversement, cette valeur du *FIC* augmente lorsqu'elle est ductile et/ou grosse, cela est dû à l'absorption d'une partie de l'énergie dans la formation d'une zone plastique. Quand la position de l'inclusion est assez éloignée, les *FICs* tendent à se stabiliser du fait que la zone éloignée de la pointe conserve une rigidité homogène. Concernant les répartitions des contraintes  $\sigma_{yy}$  et  $\tau_{xy}$ , l'effet de la présence de l'inclusion est fortement lié à l'éloignement longitudinal ou transversal. Quand l'inclusion est proche de la pointe de fissure, le champ de contrainte est visiblement perturbé à la hausse au voisinage de l'inclusion plus dure que le bi-matériau qui présente une zone plus rigide ou contrairement à la baisse si l'inclusion est moins dure car la ductilité tend à faire chuter le niveau de la contrainte.

#### References

- [1] Tamate, O. (1968). The effect of a circular inclusion on the stresses around a line crack in a sheet under tension. *International Journal of Fracture Mechanics* 4, 257-265.
- [2] Erdogan, F., Gupta, G.D., and Ratwani, M. (1974). Interaction between a circular inclusion and an arbitrary oriented crack. *Journal of Applied Mechanics* 41, 1007-1013.
- [3] Hasu, Y.C. and Shivakumar, V. (1976). Interaction between an elastic circular inclusion and two symmetrically placed collinear cracks. *International Journal of Fracture Mechanics* 12, 619-630.
- [4] Nisitani, H., Chen, D.H., Saimoto, A. (1996). Interaction between an elliptic inclusion and a crack. Proceedings of the 1996 fourth international conference on computer-aided assessment and control, *Computational Mechanics Inc.*, Billerica, MA, USA, 325-332.
- [5] Jiao G.D. and Wang Y.B. (2003). The effect of an elastic triangular inclusion on a crack, *Applied Mathematics and Mechanics*, English Edition, 24, No 4, 427-433.
- [6] Xiao, Z.M. and Pae K.D. (1991). The interaction between a penny-shaped crack and a spherical inhomogeneity in an infinite solid under uniaxial tension. *Acta Mechanica* 90, 91-104.
- [7] Kassam, Z.H.A., Zhang, R.J. and Wang, Z. (1995). Finite element simulation to investigate interaction between crack and particulate reinforcements in metal-matrix composites. *Materials Science and Engineering* A203, 286-299.
- [8] Boselli, J., Pitcher, P.D., Gregson, P.J. and Sinclair, I. (2001). Numerical modeling particle distribution effects on fatigue in Al-SiCp composites. *Materials Science and Engineering* A300, 113-124.

- [9] Bush, M.B. (1997). The Interaction between a crack and a particle cluster. *International Journal of Fracture* 88, 215-232.
- [10] Asher, A.R. and Wang, P. (1998). The fracture toughness of a particle-reinforced brittle matrix. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 46, 1139-1154.
- [11] Xiao, Z.M., Guo, J.Y., Yi, S. (1999). Stress intensity factors for ring-shaped crack surrounded by spherical inclusions. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 32, 147-155.
- [12] Kushch, V.I. (1998). Interacting cracks and inclusions in a solid by multipole expansion method. *International Journal of Solids and Structures* 35, 1751-1762.