



## MODELISATION BOND GRAPH D'UNE SUSPENSION ACTIVE 1/4 DE VEHICULE

M. Khenliche\*, I. Dji\*\*, S. Latrèche\* et B. Ould bouamama\*\*\*

\*Laboratoire d'Automatique, Département d'Electrotechnique, Université de Sétif

\*\*Département d'Electronique, Université de Djelfa

\*\*\*Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle, Université de Lille1, France

E-mail: Mabroukkhem@yahoo.fr

**RESUME:** Le but de cet article est de présenter la modélisation par Bond-Graph d'un système de suspension quart (1/4) de véhicule, équipé par un générateur d'effort dont la présence confère à la suspension, un caractère actif. La loi de commande utilisée par ce générateur est de forme quadratique (LQR). Un travail de simulation sur les logiciels Symbols et Matlab/Simulink permet de visualiser des résultats satisfaisants par rapport à la suspension passive.

**MOTS CLES:** Modélisation, Bond-Graph, Suspension active, LQR.

### 1. INTRODUCTION :

L'objectif principal de la conception des systèmes de suspension des véhicules est de minimiser l'accélération verticale de l'habitacle pour le confort des passagers et de maximiser le contact roue-route pour la stabilité de conduite. Son rôle est d'assurer une bonne isolation vibratoire de l'habitacle vis-à-vis des sollicitations de la route et de maintenir un niveau d'adhérence au sol suffisamment important pour garder le contrôle du véhicule en toute sécurité [1].

Les systèmes à suspension passive des automobiles sont conçus à base des éléments passifs (ressort et amortisseur de valeurs fixes), qui limitent leurs aptitudes en terme de confort et de sécurité.

Les systèmes à suspension active peuvent améliorer leurs qualités à travers le rajout d'un amortisseur actif, qui génère des forces instantanées permettant de supporter les charges et d'assurer la sécurité et le confort contre les contraintes (mauvaise route, surcharge, ...etc.).

L'outil graphe de liaison (Bond-graph) défini par Paynter du MIT, permet par sa nature graphique à l'aide d'un langage unique de mettre en évidence la nature des échanges de puissance dans le système, tels que les phénomènes de stockage, de transformation et de dissipation de l'énergie. Donc, il se situe comme intermédiaire entre le système physique et les modèles mathématiques qui lui sont associés [2].

Pour plus de clarté dans la suite de l'étude, nous présentons d'abord les principes de base de la modélisation par Bond graph. Ensuite, une

présentation des variables de puissance en mécanique et la procédure de construction du modèle bond graph d'un système mécanique uni-dimensionnel. Une application de cet outil sur un système de suspension active quart de véhicule illustre l'intérêt de cette méthodologie pour l'obtention de modèles intégrés.

Une loi de commande calculée à base d'un régulateur quadratique linéaire (LQR) est appliquée par le générateur d'effort ajouté à cette suspension. Les résultats sont obtenus par simulation à l'aide du logiciel Matlab/Simulink à base des données réelles d'un système de suspension.

### 2. PRESENTATION DE L'OUTIL BOND-GRAPH

La modélisation par les graphes de liaisons est fondée sur la représentation au sein du système des échanges de puissance. Celles-ci sont exprimées sous la forme d'un produit effort-flux. Ainsi, le flux d'énergie entre deux systèmes A et B en liaison, représenté par le lien (bond) de puissance est désigné par le symbole de la figure 1.

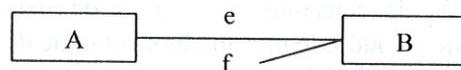


Fig.1: Symbolisation des échanges de puissance

Les notations (e , f) sont portées sur les liens, alors que la direction de transfert de puissance est représentée par le sens de la demi-flèche. Les phénomènes de dissipation d'énergie, de stockage et d'inertie sont représentés sous

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

forme de graphe de liaison par des éléments R, C et I. Ils sont couplés entre eux par des jonctions « 0 » lorsqu'ils sont soumis au même effort et par des jonctions « 1 » lorsqu'ils sont soumis au même flux [2]. Ils existent encore d'autres éléments de jonction (TF, GY) pour représenter des transformations de puissance inter-domaines.

Les sources sont des éléments actifs qui fournissent de la puissance au système. On distingue deux types de sources : les sources d'effort « Se » (force de gravité, générateur de tension, ...etc.) et les sources de flux « Sf » (vitesse appliquée, générateur de courant, etc...). Les variables d'effort et de flux sont liées selon le carrousel de Thoma de la figure 2. [2]

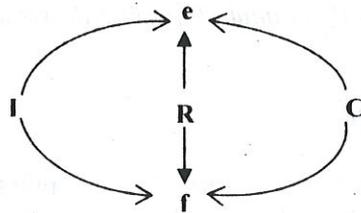


Fig.2 : Carrousel de Thoma

Les relations constitutives des éléments R, C et I sont :

$$\begin{aligned} \phi_R(e, f) &= 0; \\ \phi_C(e, \int f(\tau)d\tau) &= 0; \\ \phi_I(\int e(\tau)d\tau, f) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Les relations de cause à effet au sein du système sont mises en évidence par le trait causal placé perpendiculairement au lien. Le trait indique par convention le sens dans lequel l'effort est connu (figure 3).

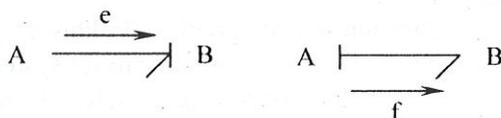


Fig.3 : Deux situations de causalité

La position du trait causal est tout à fait indépendante du sens de la demi-flèche [3].

La notion de causalité en graphes de liaison permet de résoudre le niveau algorithmique de la modélisation (Modèle mathématique).

### 3. CONSTRUCTION DU BOND-GRAPH DES SYSTEMES MECANIQUES

#### 3.1 VARIABLES D'ENERGIE :

L'outil Bond-graph, permet de modéliser parfaitement les systèmes mécaniques. Les variables d'effort et de flux sont regroupées dans

le tableau 1 [3], [4], [5] ainsi que les variables d'énergie :

$$p(t) = \int_0^t e(\tau)d\tau \text{ est le moment généralisé,}$$

$$q(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau \text{ est le déplacement généralisé.}$$

Dom.	Effort <i>e</i>	Flux <i>f</i>	Moment <i>p</i>	Déplacement <i>q</i>
Méca. Tran.	Force <i>F</i>	Vitesse <i>V</i>	Moment <i>p</i>	Déplac. <i>x</i>
Rot.	Couple <i>\tau</i>	Vitesse ang. <i>\omega</i>	Moment ang. <i>H</i>	Angle <i>\theta</i>

Tableau 1 : Variables de puissance en mécanique

Les détecteurs De et Df sont des éléments supposés placés dans le modèle bond-graph pour indiquer la présence d'un capteur ou d'un instrument de mesure [5].

Les éléments constitutifs des modèles BG sont regroupés dans le tableau 2, avec quelques exemples des phénomènes élémentaires ou des composants physiques correspondants [3], [5]

Eléments	Symboles	Exemples
Actifs	Se	- Pesanteur
	Sf	- Vitesse appliquée
Passifs	R	- Amortisseur, frottement
	C	- Ressort, élasticité
	I	- Masse, inertie
Détecteur	De	- Manomètre,
	Df	- Tachymètre.

Tableau 2: Eléments BG en mécanique

Les éléments de jonction sont représentés dans le tableau 3, avec les lois qui les caractérisent et leurs interprétations en mécanique :

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

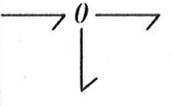
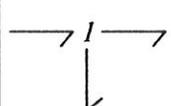
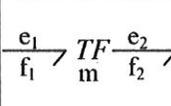
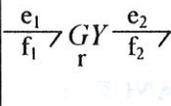
Symboles	Lois génériques	Exemples
	Effort commun $e_1 = e_2 = \dots = e_n$ $\sum_i^n a_i f_i = 0$	Couplage série en mécanique
	Flux commun $f_1 = f_2 = \dots = f_n$ $\sum_i^n a_i e_i = 0$	Couplage parallèle en mécanique
	$e_1 = m \cdot e_2$ $f_2 = m \cdot f_1$	Levier, poulie, engrenage
	$e_1 = r \cdot f_2$ $e_2 = r \cdot f_1$	Moteur CC, capteur effet hall.

Tableau 3: Les jonctions en mécanique

### 3.2 PROCEDURE DE CONSTRUCTION DU MODELE BG UNI-DIMENSIONNEL [4]

L'étape préliminaire de toute construction concerne la définition des hypothèses de modélisation, c'est à dire des phénomènes physiques qui seront pris en compte dans le modèle. Ce sont les composants technologiques mais aussi les phénomènes physiques tels que les frottements, les élasticités, ...etc. La procédure présentée ici concerne des systèmes simples, dans lesquels les phénomènes physiques ne sont pas couplés (un seul domaine énergétique) et les éléments passifs sont tous mono-port:

- 1- Choisir un repère (axe x) qui servira à l'orientation des variables;
  - 2- Pour chaque vitesse que l'on souhaite utiliser, mettre une jonction « 1 » et y connecter les inerties et tous les éléments correspondants;
  - 3- Placer des jonctions « 0 » entre les jonctions « 1 ». Ces jonctions servent à représenter les relations entre les vitesses et y placer les éléments correspondants;
  - 4- Placer les sources;
  - 5- Relier les jonctions entre elles par des liens. Vérifier l'orientation des demi flèches en faisant le bilan de puissances;
  - 6- Simplifier le modèle BG si possible, les nœuds de vitesse nulle sont éliminés, ainsi que tous les liens qui leurs y sont attachés.
- Selon la nature des systèmes à étudier, les éléments actifs Se et Sf n'ont pas toujours des

valeurs constantes. On note MSe et MSf, tel que M désigne l'abréviation « modulé » si les valeurs des ces éléments sont variables ou ils sont alimentés par des informations externes ou internes sur leurs valeurs.

Comme on a dit précédemment, le modèle BG se situe entre le système physique et les modèles mathématiques classiques (modèle d'état, fonction de transfert). L'affectation de la causalité aux éléments joue un rôle très important lors de la déduction du modèle mathématique à partir de son modèle BG. Cependant, et pour des considérations d'ordre numérique et souvent physique, on essaiera d'affecter aux éléments C et I une causalité dite « intégrale » associée à une loi de type intégrale (il est plus aisé et plus robuste d'intégrer que de dériver [3]) (figure 4).



Fig.4 : Causalité intégrale des éléments I et C

Le modèle BG en causalité intégrale préférentielle est noté BGI, et celui en causalité dérivée préférentielle est noté BGD. Dans le modèle BGI, tous les éléments I et C sont en causalité intégrale [4]. L'équation d'état d'un modèle BGI s'écrit sous la forme générale suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ed \\ y = Cx + D \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

$u$  et  $d$  regroupent respectivement les entrées de commande (représentées sur le modèle BG par MSe et MSf) et les entrées de perturbations  $y$ , représentées par Se et Sf elles regroupent les variables de sortie à commander sous forme d'effort et de flux, et des variables mesurées (De et Df) [4].

Les variables d'état sont les variables d'énergie  $p$  et  $q$  associées aux éléments I et C respectivement donc :

$$x = \begin{bmatrix} p_I \\ q_C \end{bmatrix}$$

On constate que seule la dérivée du vecteur d'état qui apparaît pas sur le modèle BG [4] :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} e_I \\ f_C \end{bmatrix}$$

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

### 4. APPLICATION A UN SYSTEME DE SUSPENSION

#### 4.1 MODELE MECANIQUE DU SYSTEME :

Une représentation très utilisée dans la littérature d'un système de suspension active est de prendre le cas d'une seule roue, c'est à dire un quart (1/4) de véhicule, elle est donnée par la figure ci-dessous [6]:

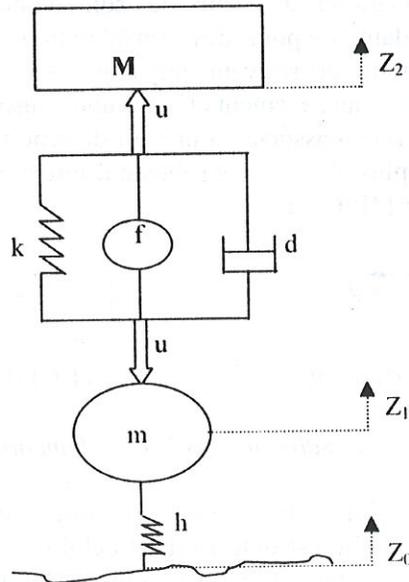


Fig.5 : Modèle de la suspension active (1/4) de Véhicule

**M** : représente la masse du châssis du véhicule avec celle du passager;  
**m** : représente la masse de la roue avec tous ces éléments (pneu, axes,...etc.);  
**k, f** et **d** : représentent le système de suspension respectivement, ressort, amortisseur actif et amortisseur passif;  
**h** : raideur du ressort du pneu;  
**Z<sub>2</sub>** et **Z<sub>1</sub>** : représentent respectivement le mouvement vertical de la masse **M** et celui de la masse **m** auprès de leurs positions d'équilibre; les perturbations verticales provenant du sol ont de faibles intensités et sont représentées par **Z<sub>0</sub>**.  
 L'amortisseur actif génère des forces appliquées au système sous la demande d'une stratégie de commande élaborée par un microprocesseur en ligne, à partir des informations recueillies sur l'état du véhicule et les variations du profil de la route.

#### 4.2 MODELE BG DU SYSTEME :

L'analyse de ce système conduit au bond-graph représenté par la figure suivante :

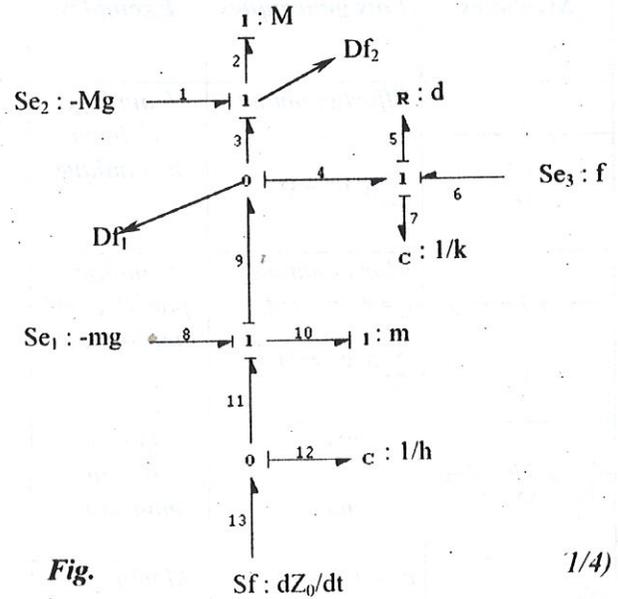


Fig.

(1/4)

#### 4.3 CRITERES DE PERFORMANCES :

Dans la conception des systèmes de suspension des véhicules, l'objectif double est de minimiser les forces verticales transmises aux passagers (i.e. minimiser l'accélération verticale de la carrosserie) pour le confort des passagers, et de maximiser le contact de la roue avec la route (i.e. minimiser les vibrations de la roue) pour le maintien et la sécurité du véhicule [7].

Les critères les plus importants sont :

Critère de confort :

minimisation de  $\ddot{x}_2$  ; Critère d'encombrement :

mesuré par le déplacement relatif ( $Z_1 - Z_2$ );

Critère de sécurité :

( $Z_1 - Z_0$ ) qui représente la déformation du pneu [6]; et pour le maintien du contact de la roue au sol,  $Z_1$  doit poursuivre  $Z_0$  et automatiquement  $Z_2$  suit  $Z_1$ .

Le modèle d'état obtenu à l'aide du modèle BG de ce système est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bf + D_0 S \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

tel que

$$x = \begin{bmatrix} p_2 \\ q_7 \\ p_{10} \\ q_{12} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -\frac{d}{M} + k & \frac{d}{m} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \frac{1}{m} & 0 \\ \frac{d}{M} & -k & -\frac{d}{m} & h \\ 0 & 0 & \frac{-1}{m} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

$$D_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} Se_2 \\ Se_1 \\ Sf \end{bmatrix}, f = Se_3$$

$f$  est la force de contrôle,  
 $y$  est le vecteur de sortie à commander, ces sorties sont les vitesses de déplacement des masses  $M$  et  $m$  mesurées par des détecteurs de flux en ligne.

$$y = \begin{bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} & 0 \end{bmatrix}$$

### 4.4 LOI DE COMMANDE :

On constate que l'on peut minimiser tous ces critères si on choisira une seule fonction, qui est souvent utilisée de forme quadratique, le critère est exprimé par :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ q_1 (z_1 - z_0)^2 + q_2 (z_1 - z_2)^2 + \rho u^2 \} dt$$

tel que :  $q_1$ ,  $q_2$  et  $\rho$  sont des facteurs de pondération pour améliorer la réponse du système;  $u$  est une mesure indirecte de l'accélération du compartiment des passagers, tel que :  $M \ddot{z} = u$  [6], [8].

Les grandeurs  $(z_1 - z_0)$  et  $(z_1 - z_2)$  seront représentées par les variables d'état  $q_{12}$  et  $q_7$  respectivement. La force  $u$  appliquée aux masses  $M$  et  $m$ , d'après les lois constitutives des jonctions doit être :

$$\begin{cases} \dot{x} = Fx + B_1 u + D_0 S \\ y = Cx \end{cases} \quad (6)$$

avec :  $F = A + BG^T$ , et  $B_1 = -B$

$$u = e_5 + e_7 - e_6 = df_5 + k \int f_7 dt - f \quad (4)$$

$$\text{donc } u = -\frac{d}{M} x_1 + kx_2 + \frac{d}{m} x_3 - f$$

$$\text{d'où } f = G^T X - u \quad (5)$$

$$\text{avec } G = \begin{bmatrix} -\frac{d}{M} & k & \frac{d}{m} & 0 \end{bmatrix}^T$$

La relation (3) peut être écrite sous la forme suivante :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ q_1 x_4^2 + q_2 x_2^2 + \rho u^2 \} dt \quad (7)$$

de la forme :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ X^T Q X + u^T R u \} dt$$

$$\text{avec : } Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_1 \end{bmatrix}, R = [\rho].$$

La loi de commande est trouvée par la minimisation du critère  $J$  en utilisant le Hamiltonien :

$$u(t) = -K_c x(t) \quad (8)$$

tel que :  $K_c = R^{-1} B_1^T P$  où  $P$  est une matrice solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$PF + F^T P - P B_1 R^{-1} B_1^T P + Q = 0 \quad (9)$$

L'application de ce type de commande à une suspension active permet d'améliorer les performances par rapport à une suspension passive.

## 5. RESULTATS DE SIMULATION

Le logiciel de simulation Symbols 2000 s'est avéré très efficace quant à la validation du modèle et à la simulation des résultats. Il comporte dans sa bibliothèque toutes les données de Matlab Simulink qui sont souvent utiles comme complément du modèle bond graph.

Les valeurs numériques prises pour la simulation de ce système sont celles d'un chariot de transport des malades dans les hôpitaux [6], [8] :  $M = 35\text{Kg}$ ,  $m = 3.3\text{Kg}$ ,  $\rho = 10^{-9}$ ,  $d = 250\text{Ns/m}$ ,  $k = 3000\text{N/m}$ ,  $h = 80000\text{N/m}$ ,  $q_1 = 3.5$ ,  $q_2 = 1.6$ . On voit sur les figures 7 et 8 les réponses passive et active à un échelon unitaire du déplacement de la roue et de la caisse du véhicule. On constate la différence entre ces réponses (le temps de réponse, le temps de stabilisation et le dépassement ont été bien améliorés).

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

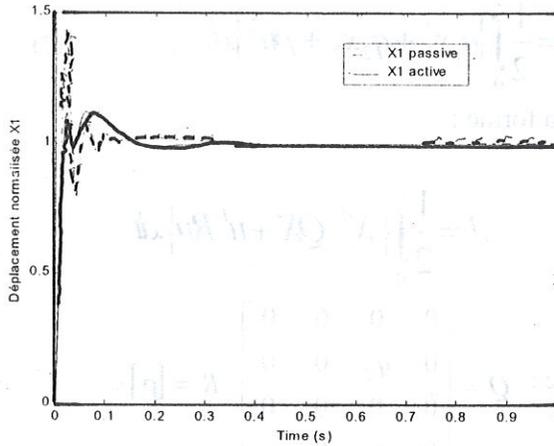


Fig.7 : Déplacement de la roue  $Z_1$

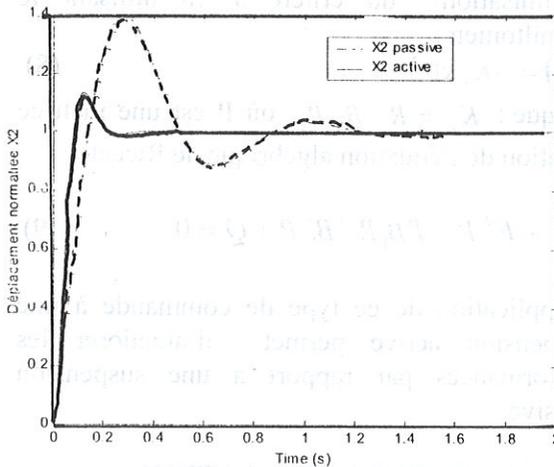
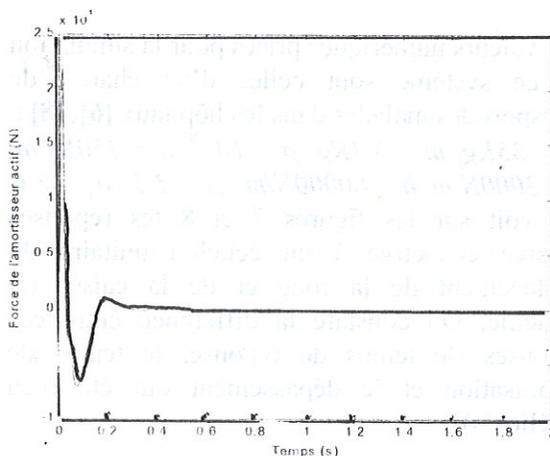


Fig.8 : Déplacement de la caisse  $Z_2$

La figure 9 montre la force active de l'amortisseur qui est introduite par la suspension active

Fig.9 : La force de l'amortisseur actif



## 6. CONCLUSION

Cette étude montre bien l'efficacité de l'outil Bond graph dans la modélisation des systèmes mécaniques. Par ses propriétés structurelles et sa facilité de manipulation en tant qu'outil graphique, il nous a permis une bonne représentation de la physique du système. La validation du modèle s'est faite à l'aide du logiciel Symbols 2000 qui est spécifique aux bond graphs. La simulation de l'évolution du système n'est possible que si le logiciel confirme la modélisation après compilation. On indique que cet outil est très utile en identification et en surveillance des systèmes complexes où plusieurs domaines physiques s'interagissent car il possède une représentation unique à toutes les disciplines et par sa propriété causale il nous permet de vérifier la détection et la localisation des défaillances probable dans le système.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES:

- [1]. X. MOREAU et al, *La suspension CRONE: une suspension active d'ordre non entier optimal*, International Symposium MV2, Active Control in Mechanical Engineering, pp.77-92, Hermes, Paris 1995.
- [2]. B. OULD BOUAMAMA et al, *Modélisation par graphes de liaison en génie de procédés*, Congrès Français de Génie des Procédés, Vol.11, pp.193-198, Paris 1997.
- [3]. P. BORNE et al, *Modélisation et identification des processus*, Tome.2, Technip, Paris 1992.
- [4]. G. DAUPHIN-TANGUY, *Les bond-graphs*, Hermes, Paris 2000.
- [5]. G. DAUPHIN-TANGUY, *Les bond graphs et leurs applications en mécatronique*, Techniques de l'ingénieur, S7222 pp.1-24, 1999.
- [6]. I. DIF, *Application de la commande quadratique sur la suspension active des véhicules*, SNCS'01, pp.27-32, Djelfa 30-31 Octobre 2001.
- [7]. J-S.LIN and I. K. KOPOULOS, *Nonlinear design of active suspension*, IEEE Control systems, Vol 17, N° 3, pp.45-59, 1997.
- [8]. N. LOUAM, *Suboptimal preview control for electronic suspension systems fitted on trolleys used in patients transports*, COMAEI'96, Vol.1, pp. 103-107, Tlemcen, 3-5 Décembre 1996.

## Modélisation bond graph d'une suspension active 1/4 de véhicule.

### LISTE DES SYMBOLES

e	effort
f	flux
p	moment
q	déplacement
Se	Source d'effort
Sf	Source de flux
De	Détecteur d'effort
Df	Détecteur de flux
BG	Bond Graph
J	Jacobien
Z	Déplacement vertical
h	Amortissement de la roue
k	Amortissement du chariot
d	Frottement
R	Phénomènes résistifs
C	Phénomènes capacitifs
I	Phénomènes inertiels
q et ?	Pondérations
u	Effort sur le chariot (force)
f	Source d'effort (force)
TF	Transformateur
GY	Gyrateur
X	Variable d'état