

Simulation numérique d'un écoulement turbulent à masse volumique variable

A. Kherchouche, H. Habibi, F. Ouahlent et A. Soudani

Laboratoire de Physique Energétique Appliquée, Département de Physique
Faculté des Sciences de la Matière, Université Batna 1, 05000 Batna, Algérie

(reçu le 20 Juin 2019 - accepté le 28 Juin 2019)

Résumé - Ce travail présente les résultats d'une étude numérique d'un écoulement bidimensionnel en jets coaxiaux à densité variable, obtenus par simulation numérique et réalisés par le logiciel de la dynamique des fluides Fluent (CFD). Ces résultats sont comparés avec d'autres résultats numériques et expérimentaux, où il a été montré que pour une distance axiale de $X/D_i < 6.88$ apparaît une transition de comportement du jet coaxial à un jet rond dans la zone initial, et pour $X/D_i > 6.88$ le jet coaxial épouse un comportement similaire à celui d'un jet simple. On montre aussi qu'une zone de recirculation apparaît quand le rapport de quantité de mouvement M est supérieur à la valeur de 64 à la position $X/D_i = 0.5$ marquée par des vitesses négatives indiquant le retour du fluide vers l'arrière. Dans le cas hétérogène, le jet est plus large et plus rapide puisque l'hélium est plus léger que l'air, donc il possède un entraînement plus important.

Abstract - This work presents the results of a numerical study of a two-dimensional flow in coaxial jets with variable density, obtained by numerical simulation and realized by fluent fluid dynamics software (CFD). These results are compared with other numerical and experimental results, where it has been shown that for an axial distance of $X/D_i < 6.88$ appears a transition of behavior of the coaxial jet to a round jet in the initial zone, and for $X/D_i > 6.88$ the coaxial jet follows a similar behavior to that of a single jet. It is also shown that a recirculation zone appears when the momentum ratio M is greater than the value of 64 at the position $X/D_i = 0.5$ marked by negative velocities indicating the return of the fluid to the rear. In the heterogeneous case, the jet is wider and faster since helium is lighter than air so it has a greater training.

Mots clés: Turbulence - Masse volumique variable - Modèle RANS - Jets coaxiaux - Mélange - Effets de densité.

1. INTRODUCTION

La compréhension des mécanismes fondamentaux qui gouvernent la dynamique des écoulements compressibles est une nécessité pour l'évolution et la promotion des systèmes d'injections, notamment en aéronautique, génie chimique, sidérurgie... On rencontre des écoulements dotés d'un comportement particulier due notamment à la forte variation du paramètre densité.

Cette variation provenant elle-même du mélange entre les différents fluides, d'effets de compressibilité ou de variation de température. Malgré le fait que ces écoulements sont largement répondus, les mécanismes les régissant restent mal élucidés et constituent un problème auquel la communauté scientifique est encore confrontée.

La plus ancienne pertinente étude des jets coaxiaux consiste en l'étude d'un jet coaxial, c'est le cas des moteurs fusés où l'oxygène est au centre et l'hydrogène en annulaire où la vitesse d'éjection de l'hydrogène étant supérieure à celle de l'oxygène.

Différentes mesures expérimentales de densité et de vitesse moyenne et RMS ont été réunis. Dans cette étude, les résultats expérimentaux obtenus ont été utilisés par GHIA *et al.* [2] dans une étude numérique.

Dans l'étude de mélange turbulent dans des jets coaxiaux, Durão *et al.* [3] ont démontré que l'utilisation d'un modèle de turbulence à deux équations donnait de meilleurs résultats qu'un modèle à une seule équation. Le modèle le plus essayé fut

alors le modèle $k - \varepsilon$, en général malgré une surestimation de la rapidité du développement de l'écoulement le modèle $k - \varepsilon$ fournit d'assez bons résultats.

Le modèle $k - \varepsilon$ standard est déficient car l'anisotropie de la viscosité turbulente est négligée et l'énergie cinétique turbulente est surestimée dans les écoulements à forte courbure. L'utilisation du modèle $k - \varepsilon$ nécessite l'emploi des termes de corrections car les constantes ont été estimées dans des configurations planes aussi le taux d'expansion du jet rond est surestimé de 40 % dans la zone pleinement développée [4].

Pour l'étude numérique et expérimentale des jets coaxiale, Nikjooy *et al.* ont simulé des jets coaxiaux d'air non confinés et incompressibles avec un modèle $k - \varepsilon$ et un modèle à contraintes algébriques (ASM). La comparaison avec les résultats expérimentaux a montré une meilleure adaptation du modèle ASM notamment dans la région d'écoulement cisailé et là où se situent les extrema de vitesse. [5]

L'étude de Gladnick *et al.* [6], dépendant des caractéristiques d'un jet turbulent a permis de faire apparaître l'influence du rapport de vitesse sur la performance de mélange d'un jet coaxial hétérogène. Le jet central étant constitué de CFC-12, le jet annulaire est de l'air et le rapport de vitesse varie de 0.26 à 2.

L'augmentation du rapport de vitesse favorise le mélange par pénétration du jet central par la croissance des structures de grande échelle issues de la couche cisailée interne. Il a été en outre souligné que l'écoulement était instationnaire.

La structure et la dynamique de la zone proche d'un écoulement de jets coaxiaux homogène et isotherme ont été étudiées par Dahm *et al.* [7] en fonction du rapport de vitesse. Il a été conclu que la zone proche des jets circulaires est un écoulement instationnaire dominé par des anneaux tourbillonnaires dont les interactions gouvernent la croissance, l'entraînement et le mélange dans l'écoulement.

En outre il a été démontré que le rapport caractéristique de quantité de mouvement M contrôle la dynamique de l'écoulement. Il est défini par, $M = r_v^2 \cdot S$.

R. Guenoune [1] a simulé un jet coaxial correspondant au travail expérimental réalisé par Favre Marinet *et al.* [8] en utilisant la moyenne de Favre et le modèle $k - \varepsilon$. Le code Teach axisymétrique fut employé. Il a été déduit que la simulation numérique donne d'assez bons résultats.

2. FORMULATIONS MATHÉMATIQUES

Notre modèle physique est une géométrie qui étudie un écoulement turbulent dans un jet coaxial. Ce dernier se compose de deux tubes axisymétriques qui forment deux injecteurs séparant deux écoulements de fluide, central et annulaire.

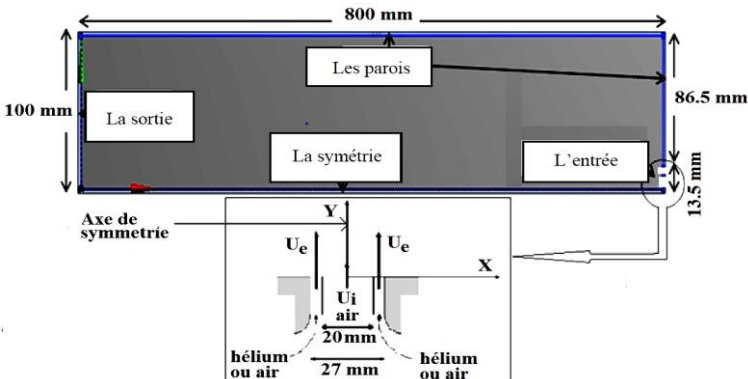


Fig. 1: Géométrie de l'étude

Les dimensions de la géométrie sont: le diamètre interne du jet central $D_i = 20$ mm, le diamètre externe $D_e = 27$ mm, la longueur $L = 800$ mm, et la largeur $l = 2000$ mm.

Pour la modélisation du problème, nous adoptons les hypothèses suivantes pour deux cas d'étude,

Dans un premier cas, l'écoulement est considéré homogène et incompressible où la densité est constante ($\rho = \text{cte}$), et dans un deuxième cas, l'écoulement est considéré hétérogène où la densité est variable.

Pour les deux cas, on suppose que: l'évolution est isotherme et l'écoulement est axisymétrique et permanent. Les conditions aux limites ont été extraites de l'étude expérimentale de Faver-Marinet [8].

Elles représentent les paramètres rencontrés dans un moteur fusé, où le jet central étant de faible vitesse et une densité élevée. Les **tableaux 1** et **2** donnent les rapports de quantité de mouvement, les rapports de vitesse et les vitesses absolues du jet central des différents cas étudiés.

Tableau 1. Données des rapports de quantité de mouvement, des rapports de vitesse et des vitesses absolues du jet central (cas homogène)

$M = r_v^2 \times S$	$r_v = U_e / U_i$	U_i
4	2	8
9	3	5.33
36	6	2.67
64	8	2
144	12	1.33

Tableau 2. Données des rapports de quantité de mouvement, des rapports de vitesse et des vitesses absolues du jet central (cas hétérogène)

$M = r_v^2 \times S$	$r_v = U_e / U_i$	U_i
1	2.69	5.944 ~ 6
4	5.38	2.972
9	8.08	1.981
36	16.15	0.990
64	21.53	0.743
144	32.30	0.495

Donc, la partie annulaire a pour conditions aux limites, une vitesse de 16 m/s, un diamètre hydraulique de 181×10^{-4} m et une intensité turbulente de 6 %. Les conditions aux limites de la partie centrale sont, une valeur de vitesse absolue qui varie selon le rapport caractéristique de quantité de mouvement, une intensité turbulente de 2 % et un diamètre hydraulique 0.02 m. La condition à la limite de sortie assure la conservation de la masse. Le fluide ambiant a pour conditions aux limites une vitesse de 0.001 m/s, un diamètre hydraulique de 0.2 m et une intensité turbulente de 0.01 % (cette condition a été fixée, car elle n'a pas été extraite du travail expérimental).

En outre l'association entre les interfaces a été déclarée. Les interfaces du milieu ambiant, du jet annulaire et du jet central étant à être recollées avec l'interface du domaine dans lequel elles débouchent. Le diamètre hydraulique D_h et l'intensité turbulente I sont définis comme suit,

$$D_h = \frac{4.4}{P_m} \quad I = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}}$$

Equation de conservation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i) = 0 \quad (1)$$

Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} \quad (2)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\text{Où, } \sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_i} u_j + \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \right) + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (3)$$

Avec, $\lambda + 2/3 \mu = 0$

Ce qui donne

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right) \quad (4)$$

Equations de conservation moyennées (équations de Reynolds)

Les équations de conservations moyennées selon une moyenne de Favre s'écrivent,

Equation de continuité

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}_i) = 0 \quad (5)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \cdot \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\rho \cdot \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (6)$$

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les calculs sont effectués sur un maillage uniforme (80-40), pour la stabilité numérique des facteurs sont utilisés pour sous-relaxer à chaque itération les champs de vitesse et les champs de pression P.

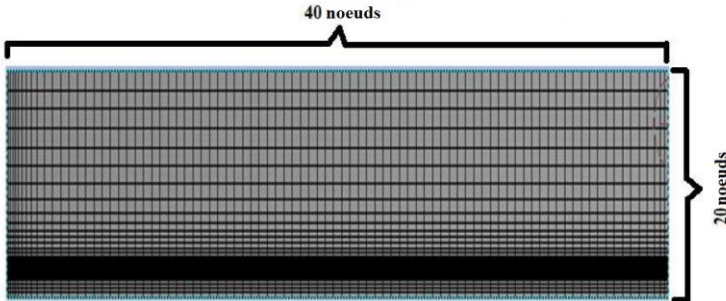


Fig. 2: Maillage

Les résultats sont obtenus pour deux configurations, la première configuration cas de jet homogène air - air ($S = 1$) et la deuxième configuration du jet hétérogène hélium-air ($S = 0.14$).

3.1 Cas homogène

3.1.1 Profils radiaux de vitesse air-air $M = 9$

D'après la figure 3, on remarque que les courbes de vitesse commencent par une augmentation pour atteindre un maximum qui présente un pic de vitesse dans la région éloignée de la buse et puis ces vitesses diminuent et se stabilisent aussi loin de la buse.

On a donc une transition de comportement du jet coaxial à un jet rond. Cette augmentation de vitesse mentionnée précédemment correspond à la vitesse induite par le jet annulaire.

Pour la distance comprise entre $6.88 D_i$ et $10.17 D_i$, il n'existe pas de pics de vitesse. Donc le jet coaxial a un comportement similaire au jet simple. En comparant nos résultats aux résultats de 'R. Guenoune' et ceux expérimentaux de 'Faver-Marinet' représentés sur les figures 4 et 5, on peut déduire que la simulation numérique donne dans l'ensemble des champs radiaux acceptables.

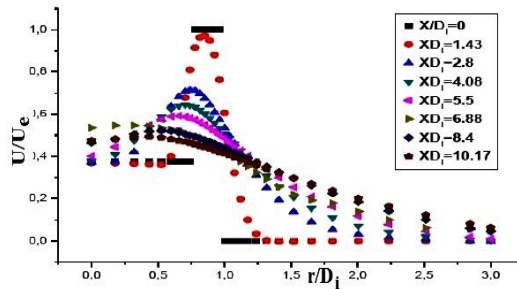


Fig. 3: Profils radiaux de vitesse d'un jet coaxial

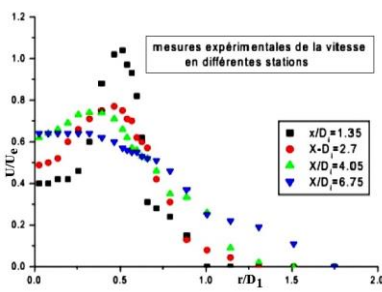


Fig. 4: Mesures expérimentales de la vitesse en différentes stations (Faver-Marinet)

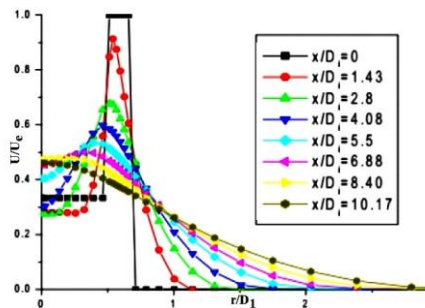


Fig. 5: Profils radiaux de vitesse d'un jet coaxial (R. Guenoune)

3.2 Profils axiaux dans la zone proche de la buse

D'après la figure 6, on remarque que le, profils axiaux de la vitesse moyenne, rapportées à la vitesse débitante extérieur présentent une diminution de la vitesse centrale U_e d'autant plus marquée que M augmente, pour arriver à un minimum relatif de U/U_e entre $X/D_i = 0.25$ et 0.5 . Ensuite, le fluide est ré-accélééré.

On remarque aussi une région de vitesse moyenne négative, et cela pour des rapports de quantité de mouvement élevée commençant par $M = 64$. Cette observation s'accorde avec l'existence d'une zone de recirculation qui apparaît quand la turbulence est assez

grande mentionnée par (Faver-Marinet) [8], pour un rapport de quantité de mouvement $M > 50$.

La figure 7 montre une bonne concordance avec les résultats obtenus par R. Guenoune concernant les profils de vitesse axiale. Cependant on note une petite différence entre les résultats numérique et ceux expérimentaux. Ceci peut revenir aux conditions expérimentales. Néanmoins les allures des courbes sont identiques.

3.3 Profils radiaux de l'énergie cinétique turbulente k

La figure 8 montre les profils radiaux de l'énergie cinétique turbulente k en différentes stations. Ces profils confirment, que les deux couches de mélange interne et externe sont très clairement mises en évidence près de la buse à $X/D_i = 1.43$, marqué par une augmentation de la turbulence surtout la couche externe.

On note un très faible niveau de l'énergie cinétique turbulente k, dans le jet central, puisque la couche interne n'a pas encore atteint cette région pour cette distance de la buse.

En s'éloignant de la buse, nous remarquons que la couche de mélange externe diminue progressivement. A $X/D_i = 5.5$, on remarque une augmentation de l'énergie cinétique turbulente k, ce qui indique que la couche de mélange interne a atteint l'axe du jet à cette distance.

Plus loin dans la zone $5.5 \leq X/D_i \leq 10.17$, nous remarquons que la couche de mélange externe diminue graduellement jusqu'à ce qu'elle soit presque parallèle à la couche de mélange interne, ce qui montre également une lente diminution de la couche de mélange externe. D'après R. Guenoune, cette énergie turbulente importante au niveau de l'axe de symétrie, est dû aux mécanismes de transport par convection et par diffusion.

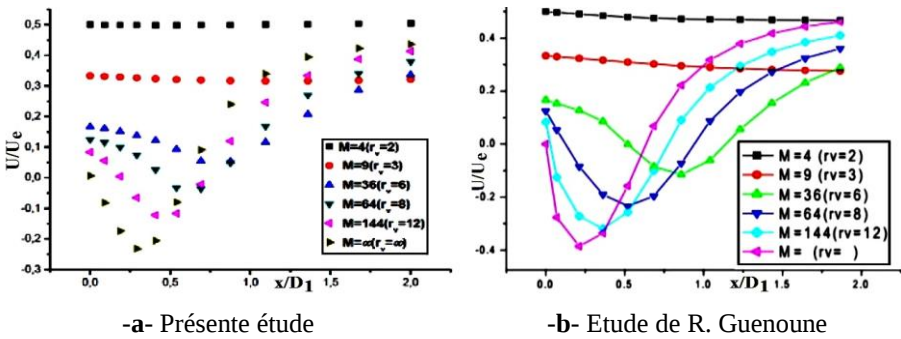


Fig. 6: Profils axiaux des vitesses des jets coaxiaux homogènes (air-air)

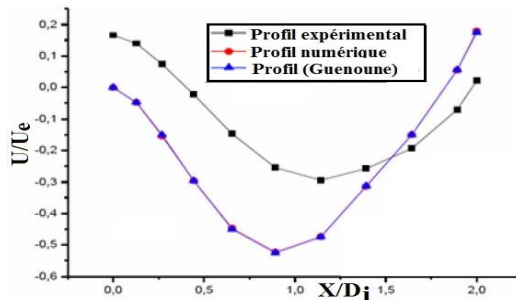
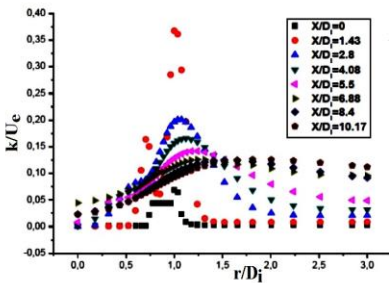
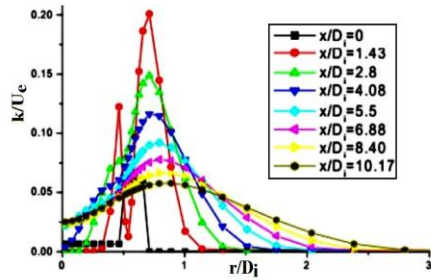


Fig. 7: Comparaison des profils de vitesse axiale pour $M = 64$ et $X/D_i = 20$

Par comparaison avec les résultats de R. Genoune, on remarque qu'il existe une petite différence sur les profils pour une distance comprise entre $6.88 D_i$ et $10.17 D_i$ à cause du logiciel de calcul utilisé et du maillage choisi.



a. Présente étude



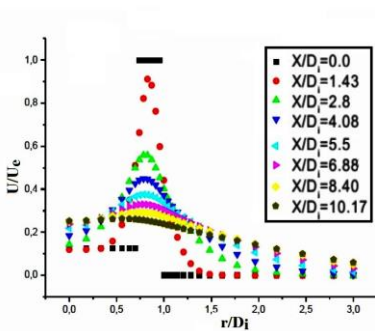
b. Etude de R. Genoune

Fig. 8: Profils radiaux de l'énergie cinétique

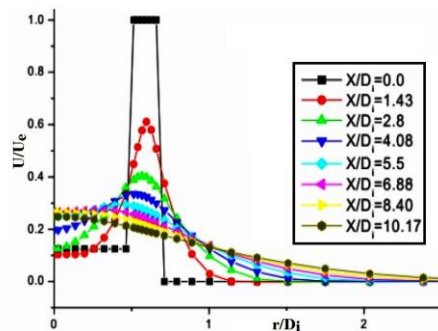
3.1 Dynamique des jets coaxiaux hétérogènes

Dans le cas des jets hétérogènes, on remarque d'après les figures 9 et 10 que les résultats sont presque identiques au cas homogène, à l'exception de petites différences mentionnées par la figure 11 qui représente la comparaison de l'entraînement du jet annulaire entre le cas homogène et le cas hétérogène dans la position $X/D_i = 2.8$.

On remarque que la variation de la densité affecte le jet annulaire dans le cas hétérogène. En effet le jet annulaire est plus rapide que dans le cas homogène, puisque l'hélium est un gaz plus léger que l'air, et il se mélange plus rapidement, et il possède un entraînement plus important



-a- Présente étude



-b- Etude de R. Genoune

Fig. 9: Profils radiaux de vitesse d'un jet coaxial

3.2 Profils axiaux de vitesse dans la zone proche de la buse

D'après la figure 12, qui représente les profils axiaux de vitesse dans la zone proche de la buse, on remarque que les courbes ont les mêmes allures que pour les jets homogènes, où plus le rapport de quantité de mouvement augmente, plus la vitesse diminue, pour arriver à un minimum ou point $X/D_i = 0.5$, ensuite, le fluide est ré accéléré.

Cette diminution indique que le jet central est très peu affecté par la présence de l'écoulement extérieur, et cette augmentation se traduit par un entraînement accru du

fluide provenant du jet central. La figure 12 montre une bonne concordance entre nos résultats et ceux de R. Guenoune.

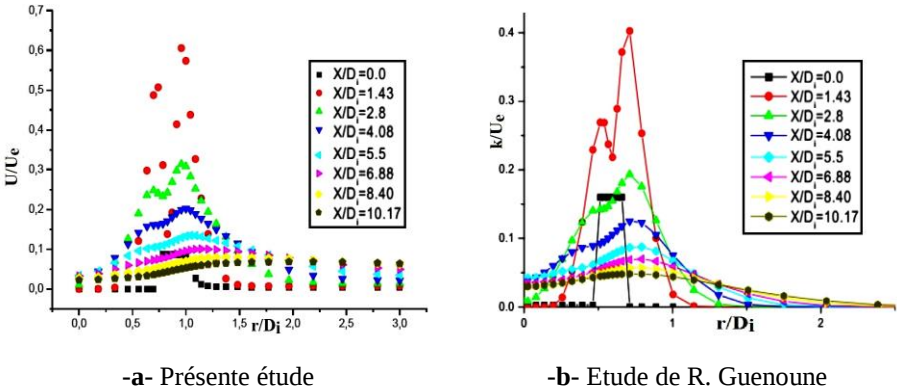


Fig. 10: Profils radiaux de l'énergie cinétique

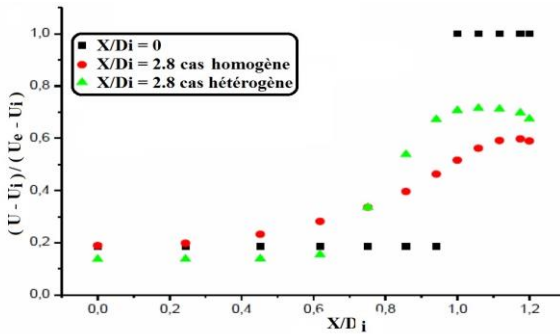


Fig. 11: Comparaison de l'entraînement du jet annulaire

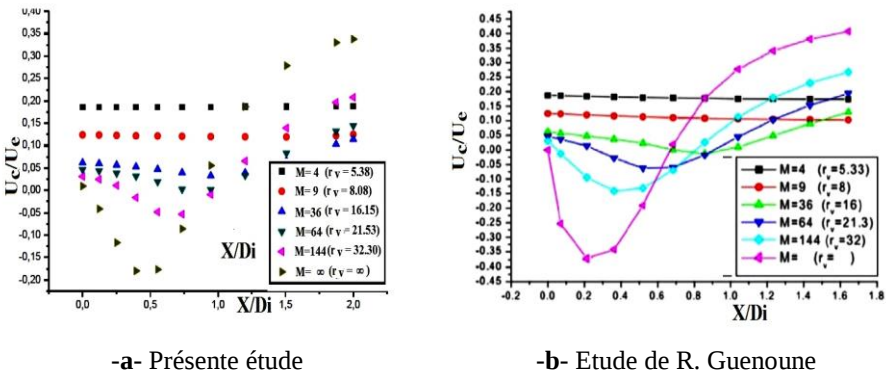


Fig. 12: Profils axiaux de vitesse, cas des jets coaxiaux hétérogènes

3.3 Champs de densité

De la figure 14 qui représente les profils axiaux de la masse volumique moyenne pour le couple hélium-air. On peut observer que l'allure des courbes est la même quel que soit le rapport M , la densité moyenne présente une variation axiale plus importante lorsque augmente M .

Pour les faibles valeurs de M , le gradient axial est beaucoup moins raide. La densité moyenne est affectée par l'arrivée du fluide riche en hélium, et la densité décroît en conséquence.

La figure 15 montre la comparaison des profils axiaux de la densité normalisée pour un jet coaxial hélium-air obtenus pour $M = 9$, et ceux expérimentaux. On remarque que les calculs numériques prévoient un cône potentiel plus long que les mesures expérimentales, mais l'allure est la même pour les trois cas.

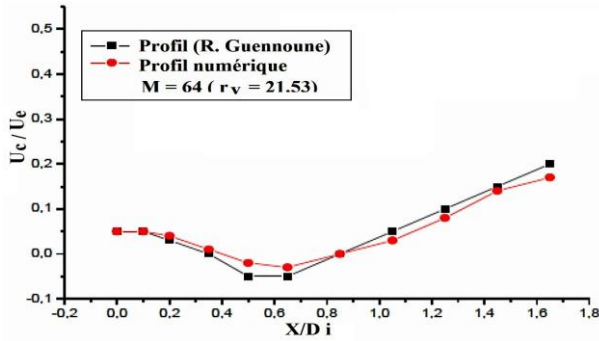


Fig. 13: Comparaison du profil axial de vitesse, cas des jets coaxiaux hétérogènes

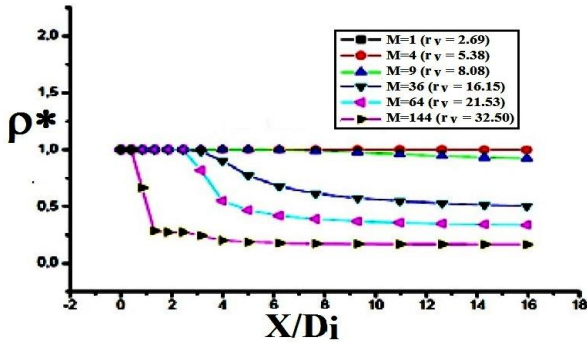


Fig. 14: Profils axiaux de densité normalisée

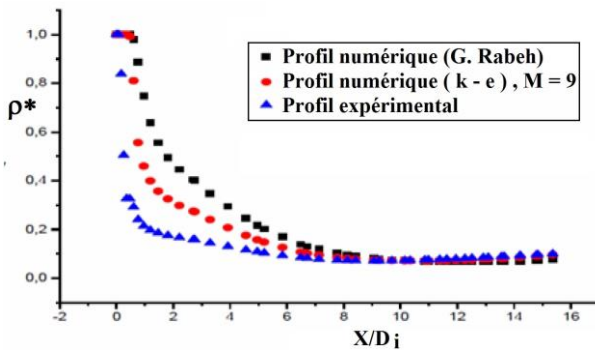


Fig. 15: Profils axiaux de densité normalisée à $M = 9$

D'après la figure 16, le profil de densité est stable à la valeur $1.25 \approx 1$ pour la distance $0 < X/D_i < 0.5$, où en aval ce profil commence par une diminution pour

atteindre un minimum, puis augmente pour se stabiliser une autre fois à la valeur 1. Cette diminution désigne que les deux couches de mélange interagissent.

A ce minimum $r/D_i = 0.75$, où la densité est approximative égale 0.17 au centre du jet annulaire. On ne retrouve plus d'hélium pur. Puis la densité revient à augmenter jusqu'à atteindre la position de stabilité une autre fois au point $r/D_i = 1.25$. Ceci explique qu'on assiste à une homogénéisation de la densité dans la partie centrale de l'écoulement.

La comparaison de nos résultats numériques et ceux expérimentaux permet de déduire que la simulation numérique donne dans l'ensemble des champs radiaux en bon accord avec l'expérimental.

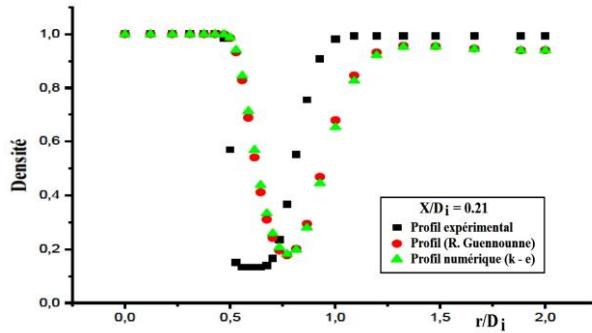


Fig. 16: Profils radiaux de densité normalisée

4. CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce travail les résultats obtenus par le code de calcul Fluent. La simulation numérique a permis de déterminer les paramètres d'un écoulement bidimensionnel en jets coaxiaux à densité variable (les champs de vitesse, de densité et de l'énergie cinétique turbulente) dans les deux cas homogène et hétérogène.

Les champs de vitesse et de densité permettent de délimiter les zones de recirculation et de développement d'un cône potentiel et du développement du mélange entre les deux jets annulaire et circulaire. Elles sont fortement dépendantes des conditions initiales d'injection.

Le jet annulaire dans le cas hétérogène est plus rapide que dans le cas homogène à cause de l'influence de la variation de la densité sur l'entraînement du fluide extérieur.

On note une bonne concordance entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux

NOMENCLATURE

S :Rapport de densité entre le jet annulaire et le jet interne	 Moyenne au sens de Favre
t : Temps [s]	 Fluctuation au sens de Reynolds
u_i :Composante ⁱ de la vitesse [m/s]	 Fluctuation au sens de Favre
u_n :Composante normale de la vitesse [m/s]	N, n : Direction des axes
U :Composante selon l'axe principal [m/s]	Nombres sans dimensions :
U_o Vitesse de fluide sortant de la partie annulaire [m/s]	Re : Nombre de Reynolds
U_c Vitesse de fluide sortant de la partie centrale [m/s]	Sc_t :Nombre de Schmidt turbulent
V : Composante selon le grand axe de la vitesse [m/s]	Abbréviations :
x_i : Cordonnée cartésienne [m]	ASM : Algebric Stress Model
	RANS :Reynolds Average Navier-Stokes
	RMS :Root Mean Square

Lettres romaines :		Lettres grecques :	
A	: Aire de la section [m^2]	α	: Facteur de sous relaxation
D_e	: Diamètre de la buse externe [m]	δ_{ij}	: Tenseur de Kronecker
$D_{l,m}$	: Coefficient de diffusion de l'espèce l dans le mélange	ε	: Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente [m^2/s^3]
D_i	: Diamètre de la buse centrale [m]	Φ	: Variable scalaire
D_h	: Diamètre hydraulique [m]	λ	: La viscosité de volume du fluide [kg/m.s]
G_k	: Production d'énergie cinétique turbulente	μ	: Viscosité dynamique [[kg/m.s]
I	: Intensité turbulente	μ_t	: Viscosité dynamique turbulente [[kg/m.s]
k	: Energie cinétique turbulente [m^2/s^2]	ν	: Viscosité cinématique [[m^2/s]
l	: Larguer [m]	ρ	: Masse volumique [kg/m ³]
M	: Rapport de quantité de mouvement entre le jet annulaire et le jet interne	ρ_i	: Masse volumique du fluide sortant de la partie centrale [kg/m ³]
L	: Longueur [m]	ρ_e	: Masse volumique du fluide sortant de la partie annulaire [kg/m ³]
r_v	: Rapport de vitesse entre les jets annulaire et le jet interne	ρ_∞	: Masse volumique du fluide sortant de la partie ambiante [kg/m ³]
R_m	: Périmètre mouillé [m]	σ_{ij}	: Contraintes visqueuses [kg/m.s]
p	: Pression locale [Pa]	Indice :	
R_l	: Taux de production de l'espèce l par réaction chimique [s^{-1}]	 Moyenne au sens de Reynolds	

REFERENCES

- [1] R. Guenoune, 'Simulation numérique d'un jet coaxial turbulent avec différence de densité', Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar, Batna, Algérie, 2005.
- [2] K.N. Ghia, T.P. Torda and Z. Lavan, 'Turbulent mixing in the initial region of heterogeneous axisymmetric coaxial confined jets', National Aeronautics and Space Administration Washington, D.C. Nasa; CR-16-15, 1970.
- [3] D. Durao, 'Turbulent mixing of coaxial jets', M. Sc. Thesis. University of London, London, 1971.
- [4] G. Harran, 'Analyse physique, modélisation et simulation numérique des mécanismes de mélange dans les jets simples et coaxiaux turbulents', Thèse de Doctorat, INP de Toulouse, Toulouse, France, 1994.
- [5] M. Nikjooy, K.C. Karki, H.C. Mongia, V.G. McDonell and G.S. Samuelsen, 'A numerical and experimental study of coaxial jets', 25th Joint Propulsion Conference, 12-16 July 1989, Monterey, CA, U.S.A. AIAA Paper 89-2898, 1989.
- [6] P. Gladnick, J. Enotiadis, J. La Rue and G. Samuelsen, 'Near-field characteristics of a turbulent coflowing jet', AIAA Journal, Vol. 28, N°8, pp. 1405 - 1414, 1990.
- [7] W.J.A. Dahm, C.E. Frieler and G. Tryggvason, 'Vortex structure and dynamics in the near fields of a coaxial jet', Journal of Fluid Mechanics, Vol. 241, pp. 371 - 402, 1992.
- [8] M. Favre-Marinet and E.B. Camano, 'The density field of coaxial jets with large velocity ratio and large density differences', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 44, N°10, pp. 1913 - 1924, 2001..
- [9] S. Ravier, 'Etude des instabilités d'un jet plan à masse volumique variable', Thèse de Doctorat, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, France, 2004.
- [10] P. Wang, J. Fröhlich, V. Michelassi and W. Rodi, 'Large Eddy Simulation of Variable Density Turbulent Axisymmetric Jets', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, N°3, pp. 654 - 664, 2008.