

Effet des nanoparticules sur l'amélioration du transfert thermique dans une cavité carrée

N. Sad Chemloul et M.A. Belmiloud

Laboratoire de Technologie Industrielle
Département de Génie Mécanique
Université Ibn Khaldoun, B.P. 78, 14000 Tiaret, Algérie

(reçu le 10 Septembre 2016 - accepté le 25 Septembre 2016)

Résumé - La convection naturelle est étudiée numériquement dans une cavité carrée dont la paroi horizontale inférieure et la paroi verticale droite sont chauffées à une température T_H . La paroi verticale gauche et la paroi horizontale supérieure sont à la température $T_C < T_H$, l'espace restant des parois formant la cavité est supposé adiabatique. On utilise le nanofluid avec trois différents types de nanoparticules (Cu, TiO_2 et Al_2O_3). La fraction volumique des nanoparticules est prise dans l'intervalle $0 \leq \phi \leq 0.15$. Le nombre de Rayleigh est compris entre 10^3 et 10^6 , et le nombre de Prandtl est fixé à $Pr = 6.2$. L'objectif de cette étude est d'étudier l'effet de la nature de nanofluides, de la fraction volumique des nanoparticules et la variation du nombre de Rayleigh sur l'amélioration du transfert de chaleur convectif. Les résultats de la simulation montrent que le transfert thermique augmente avec l'augmentation du nombre Rayleigh, et de la fraction volumique. Cette augmentation du transfert de chaleur est remarquable pour le nano fluide Cu-eau.

Abstract - Natural convection is studied numerically in a square chamber whose lower horizontal wall and right vertical wall are heated to a temperature T_H . The left vertical wall and upper horizontal wall are at a temperature $T_C < T_H$, the remaining space in the chamber is considered adiabatic. We used a nanofluid with three different types of nanoparticles (Cu, TiO_2 and Al_2O_3). The volumetric fraction of the nanoparticles is taken from the interval $0 \leq \phi \leq 0.15$. The Rayleigh number is between 10^3 and 10^6 , and the Prandtl number was fixed at $Pr = 6.2$. The objective of this work was to study the effect of the nature of the nanofluid, the volumetric fraction of the nanoparticles and the variation of the Rayleigh number on the improvement of the convective heat transfer. The simulation results show that the heat transfer increases with the Rayleigh number and the volumetric fraction. This increase is mostly notable for the nanofluid Cu-Water.

Mots clés: Etude numérique - Convection naturelle - Nano fluides - Nanoparticules.

1. INTRODUCTION

L'utilisation des cavités est très répandue dans de nombreux processus technologiques, tels que la conception thermique des bâtiments, le refroidissement des composants électroniques, les panneaux solaires, les échangeurs de chaleur, etc.... Les travaux de la recherche expérimentaux et théoriques liés à l'amélioration du transfert de chaleur à l'aide de nano fluides a été menée par un certain nombre d'auteurs [1-11]. Leurs résultats ont montré que l'augmentation du transfert de chaleur obtenu avec les nano fluides est supérieure à celle des fluides de base (eau).

Khanafer *et al.* [4] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle des nano fluides dans une enceinte. Leurs résultats ont montré que le nombre

moyen de Nusselt augmente avec la fraction volumique des nanoparticules pour différents nombres de Grashof.

Xuan *et al.* [5] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection et les caractéristiques de l'écoulement des nano fluides. Leurs résultats ont montré que le coefficient de transfert de chaleur convectif du nano fluide augmente avec la vitesse d'écoulement, ainsi que la fraction volumique des nanoparticules et il est plus grand que celui de l'eau pure.

L'étude expérimentale de Das *et al.* [12] a montré que la conductivité thermique du nano fluide augmente avec la température. Chang *et al.* [13] ont effectué des expériences sur la convection naturelle avec des suspensions aqueuses de nanoparticules Al_2O_3 (250 nm) dans des enceintes minces. Leurs résultats indiquent que l'effet des particules sur le nombre de Nusselt est négligeable dans une enceinte verticale. Cependant, pour une enceinte horizontale, le nombre de Nusselt diminue par rapport au fluide base pour des petits nombres de Rayleigh et pour des concentrations de particules plus élevées.

Ho *et al.* [14] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur par convection naturelle d'un nano fluide dans une cavité verticale pour différentes tailles de particules et différentes fractions volumiques de nanoparticules Al_2O_3 et pour un nombre de Rayleigh variant entre 10^5 et 10^8 . Les résultats montrent qu'il y a une amélioration du transfert de chaleur lorsque la fraction volumique est supérieure à 2% et pour toute la gamme du nombre Rayleigh utilisée. Les études récentes sur l'utilisation des nano fluides dans le transfert de chaleur se sont basées sur les conductivités thermiques des nano fluides, du fluide de base, des nanoparticules, de la forme et la surface des nanoparticules, de la fraction volumique et la température

Kebllinski *et al.* [15]. Ces derniers ont proposé quatre principaux mécanismes d'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides. Evans *et al.* [16], en utilisant les simulations de dynamique moléculaire et la théorie cinétique simple, ont montré que les effets hydrodynamiques associés au mouvement brownien ont une influence négligeable sur la conductivité thermique du nanofluide.

2. PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DU NANOFLUIDE

Les propriétés thermophysiques des nano fluides sont déterminées par les corrélations de Khanafer *et al.* [17]. Les propriétés physiques du fluide pur (eau) et celles des nanoparticules (Cu, Al_2O_3 et TiO_2) sont données dans le **Tableau 1** à la température $T = 25^{\circ}C$.

Tableau 1: Propriétés thermo physiques du fluide pur et des nanoparticules

	C_p (J/kg.K)	ρ (kg/m ³)	k (W/m K)	α (m ² /s) 10^{-7}	β (1/K) 10^{-5}
Eau	4179	997.1	0.613	1.47	21
Cu	385	8933	400	1163.1	1.67
Al_2O_3	765	3970	40	131.7	0.85
TiO_2	686.2	4250	8.9538	30.7	0.9

La densité du nano fluide est donnée par la relation suivante [21, 22]:

$$\rho_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_p}{V_f + V_p} = \frac{\rho_f V_f + \rho_p V_f}{V_f + V_p} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \tag{1}$$

avec

$$\varphi = \frac{V_p}{V_f + V_p} \tag{2}$$

La chaleur spécifique de nanofluide est déterminée en supposant un équilibre thermique entre les nanoparticules et le fluide pur (eau):

$$C_{p_{nf}} = \frac{(1-\varphi)\rho_f C_{p_f} + \varphi\rho_p C_{p_p}}{\rho_{nf}} \tag{3}$$

Certains auteurs préfèrent utiliser une expression plus simple donnée par [22, 23]

$$C_{p_{nf}} = (1-\varphi) C_{p_f} + \varphi C_{p_p} \tag{4}$$

Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide est déterminé par l'expression:

$$\beta_{nf} = \frac{(1-\varphi)\rho_f \beta_f + \varphi\rho_p \beta_p}{\rho_{nf}} \tag{5}$$

Certains préfèrent utiliser une expression plus simple donnée par [22, 23]

$$\beta_{nf} = (1-\varphi) \beta_f + \varphi \beta_p \tag{6}$$

Le modèle de viscosité utilisé est basé sur la fraction volumique [24]. Einstein [25], a déterminé la viscosité de nanofluide d'une suspension de particules solides sphériques dont la fraction volumique est inférieure à 0.05 ($\varphi < 0.05$), par la relation:

$$\mu_{nf} = (1 + 2.5\varphi) \mu_f \tag{7}$$

Cette équation est valable pour une suspension diluée de sphères rigides dans un liquide visqueux. Plusieurs équations ont été développées sur les suspensions de concentrations plus élevées, Brinkman [26] a étendu l'équation d'Einstein à des suspensions concentrées en établissant la corrélation suivante:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \tag{8}$$

La conductivité thermique du nano fluide est déterminée à partir de [27, 28]

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f + 2\varphi(k_p - k_f)}{k_p + 2k_f + \varphi(k_p - k_f)} \tag{9}$$

La diffusivité thermique de nanofluide est:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho C_p)_{nf}} \tag{10}$$

Dans ce qui suit, toutes les propriétés thermophysiques des nano fluides utilisés, seront déterminées à partir des équations (1), (3), (5) et (8).

Le **Tableau 2** donne le diamètre de nanoparticule en fonction des différentes températures, utilisées par certains auteurs.

Tableau 2: Diamètre des nanoparticules obtenu pour les différents travaux

Auteurs	Nanoparticule	Température	Diamètre	Concentration
Das <i>et al.</i> [12]	Al ₂ O ₃	20-50	38.4	1.0-4.0
Li <i>et al.</i> [18]	Al ₂ O ₃	27-37	36-47	0.5-6.0
Chandrasekar <i>et al.</i> [19]	Al ₂ O ₃	Na	43	0.33-5.0
Reddy <i>et al.</i> [20]	TiO ₂	30-70		0.2-1.0

2.1 Equations gouvernantes et formulation du problème

La figure 1 présente le problème considéré dans une cavité carrée. La paroi horizontale inférieure et la paroi verticale droite sont chauffées à une température T_H . La paroi verticale gauche et la paroi supérieure sont à la température $T_C < T_H$, l'espace

restant des parois formant la cavité est supposé adiabatique. Les trois nano fluides utilisés (Cu-eau, Al₂O₃-eau et TiO₂-eau) sont supposés incompressible et leurs régimes d'écoulement laminaires. Les propriétés thermo-physiques de nanofluides sont supposées constantes à l'exception de la densité qui varie selon l'approximation de Boussinesq [29].

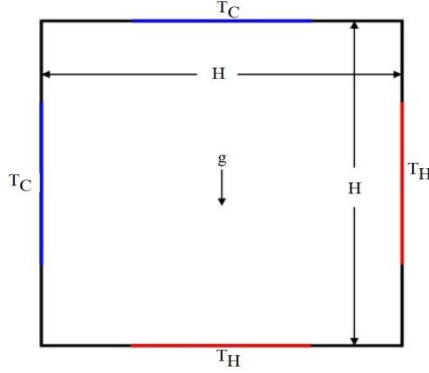


Fig. 1: Problème physique étudié

Les équations gouvernantes de la convection mixte laminaire et stationnaire sont:

Equation de la quantité de mouvement suivant l'axe (x)

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \rho_{nf} \beta_{nf} g (T - T_0) \quad (11)$$

Equation de la quantité de mouvement suivant l'axe (y)

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_{nf} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho_{nf} \beta_{nf} g (T - T_0) \quad (12)$$

Equation de l'énergie

$$(\rho C_p)_{nf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

Equation de l'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (14)$$

Les variables sans dimension sont définies par:

$$x^+ = x / H; \quad y^+ = y / H; \quad u^+ = u / \alpha / H; \quad v^+ = v / \alpha / H; \quad T^+ = \frac{T - T_0}{T_H - T_C}; \quad \Psi^+ = \Psi / \alpha \quad (15)$$

2.2 Nombre de Nusselt moyen

Pour déterminer les caractéristiques de transfert de chaleur à l'état stationnaire, dans la présente étude, le nombre de Nusselt est défini comme suit:

- Sur la paroi chaude horizontale inférieure

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial T^+}{\partial y^+} \bigg|_{y^+ = 0} \quad (16)$$

- Sur la paroi chaude verticale droite

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial T^+}{\partial x^+} \Big|_{x^+=0} \quad (17)$$

2.3 Conditions aux limites

- Sur la paroi chaude- $\begin{cases} 0.25 \leq x \leq 0.75 ; y=0 \\ 0.25 \leq x \leq 0.75 ; x=1 \end{cases} \Rightarrow u = v = 0 ; T_H = 308.15 K$
- Sur la paroi froide- $\begin{cases} 0.25 \leq x \leq 0.75 ; y=1 \\ 0.25 \leq x \leq 0.75 ; x=0 \end{cases} \Rightarrow u = v = 0 ; T_C = 288.15 K$
- Pour les autres parois- $u = v = 0 ; q = 0 W/m^2$

3. METHODE ANALYTIQUE

La résolution des équations de conservation de la masse, de mouvement et de l'énergie est réalisée à l'aide de l'algorithme de différence finie appelé SIMPLE. Les détails de cette méthode discrète sont donnés par Patankar [30].

Les différentes équations sont discrétisées dans un volume de contrôle. Le schéma différence Upwind est utilisé pour la résolution des équations de mouvement et de l'énergie. Le schéma d'interprétation de la pression utilisé est le schéma Presto. Le maillage utilisé dans tous les calculs ultérieurs est (61 x 61). La valeur de la convergence considérée dans cette étude est:

$$\frac{|\phi_n - \phi_{n-1}|_{\max}}{|\phi_n|} < 10^{-5} \quad (18)$$

Validation de modèle

La simulation numérique a été réalisée à l'aide du code commercial ANSYS Fluent version 6.3.26. Pour la validation numérique du code de calcul, on procède à la comparaison des résultats numériques de la présente étude avec ceux obtenus par Oztop *et al.* [30]. La figure 2(a) présente la variation du nombre de Nusselt local obtenu au niveau de la paroi chaude pour le nano fluide Cu-eau et pour une fraction volumique des nanoparticules $\phi = 0.1$

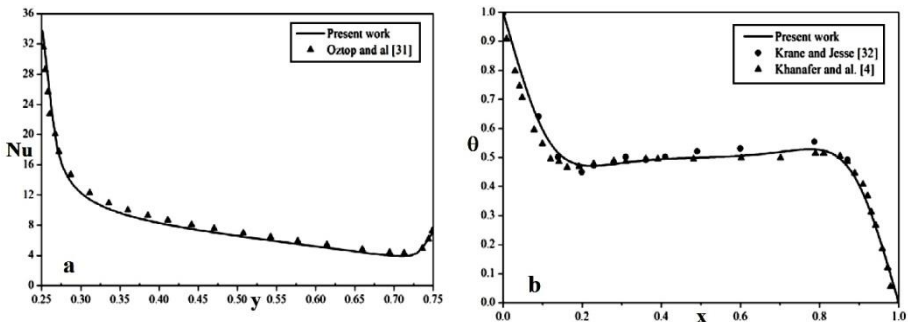


Fig. 2: Validation thermique du code de calcul:

a) Nombre de Nusselt local; **b)** Distribution de température pour $Re = 10^5$ et $Pr = 0.7$

Pour la deuxième validation du code de calcul (figure 2(b)), nous avons comparé la variation du nombre de Nusselt obtenue pour $Re = 10^5$ et $Pr = 0.7$ avec celle obtenue dans l'étude expérimentale de Krane *et al.* [31] et la simulation numérique de Khanafer

et al. [4]. On remarque une bonne concordance entre les résultats numériques obtenus et ceux de [4, 30, 31].

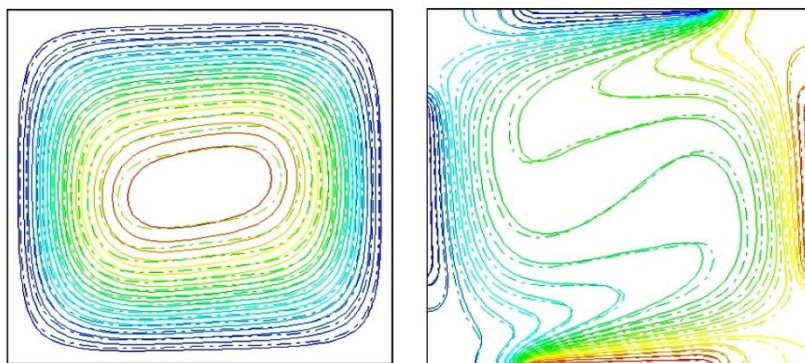
4. RESULTANTS ET DISCUSSIONS

4.1 Lignes de courant et lignes isothermes

L'objectif de cette étude est de voir l'effet de la fraction volumique des nanofluides ϕ , du type de nanoparticules (Cu, Al_2O_3 et TiO_2), et du nombre de Reynolds Re sur l'amélioration de transfert de chaleur convectif.

La figure 3 montre les lignes de courant et les lignes isothermes dans le cas du nano fluide Cu-eau (ligne continue) et le fluide pur (ligne discontinue), pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et une fraction volumique pour des nano fluides $\phi=0.05$.

On remarque que les lignes de courant pour les deux fluides ne sont pas confondues, ceci montre que l'effet des nanoparticules injectées dans le pur fluide est clair. Pour les lignes isothermes, on remarque que celles du Cu-eau sont presque confondues avec celles du fluide pur au niveau de la source de chaleur.



Lignes de courant

Lignes isothermes

Fig. 3: Lignes de courant et lignes isothermes pour nano fluides Cu-eau (—), eau pure (---), $Ra=10^5$, $\phi=0.05$

La figure 4 montre l'effet de la fraction volumique de nanoparticule ϕ sur les lignes de courant et la distribution de la température pour le nano fluide Al_2O_3 -eau, pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^5$. La vitesse de circulation de la cellule augmente avec l'augmentation de fraction volumique ϕ .

Les lignes de courant montrent que la vitesse de la cellule circulaire formée pour $\phi=0.15$ est plus grande que celle formée pour $\phi=0.05$. Concernant les lignes isothermes, l'allure des lignes isothermes au milieu de la cavité sont similaires pour les deux valeurs de la fraction volumique, par contre elles sont différentes au voisinage des parois de la cavité.

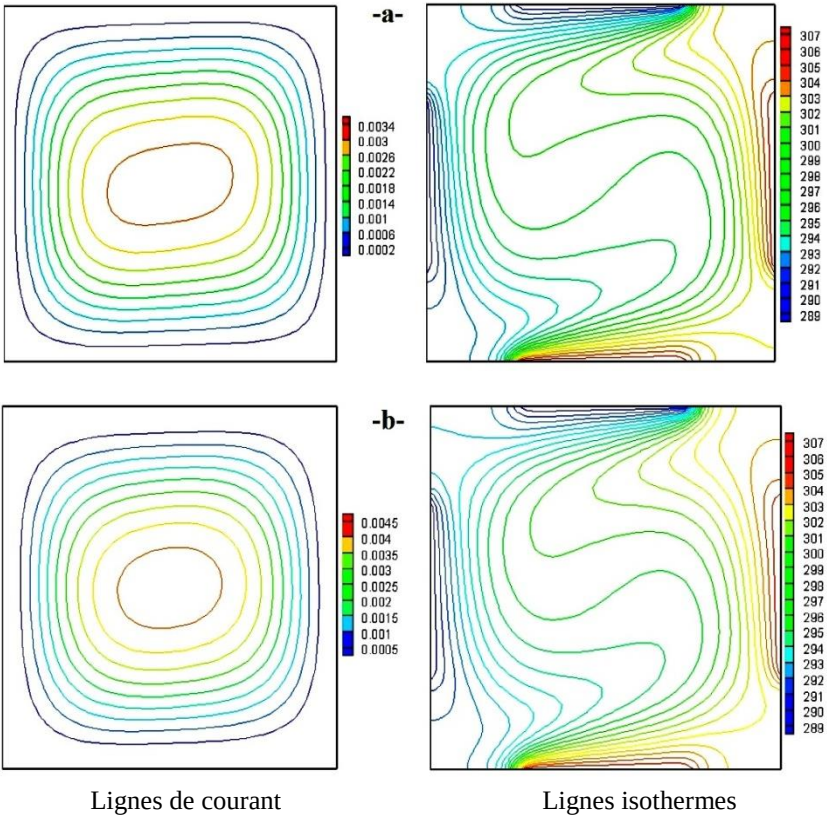
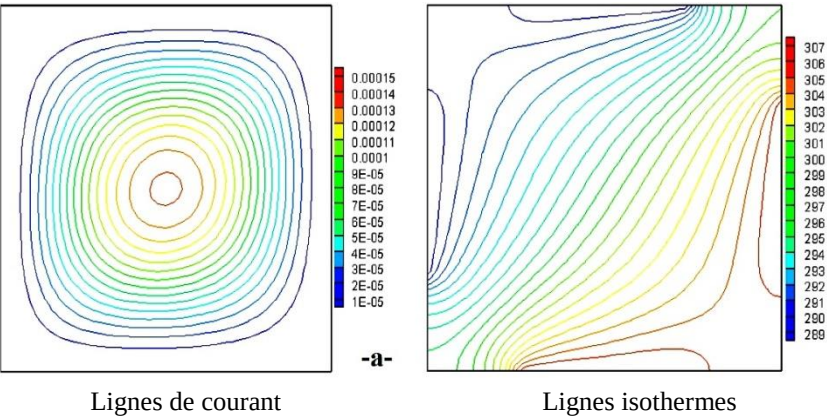


Fig. 4: Lignes de courant et lignes isothermes pour nano fluide Al_2O_3 -eau, $Ra=10^5$; a) $\phi=0.05$; b) $\phi=0.15$

La figure 5 montre l'effet du nombre de Rayleigh Ra sur les lignes de courant et les lignes isothermes en utilisant le nano fluide TiO_2 -eau pour $\phi=0.1$. On remarque que l'influence du nombre de Rayleigh sur les contours de vitesse et les lignes isothermes est très claire surtout au milieu de la cavité. L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne la déformation des contours de vitesses et de ceux des isothermes.



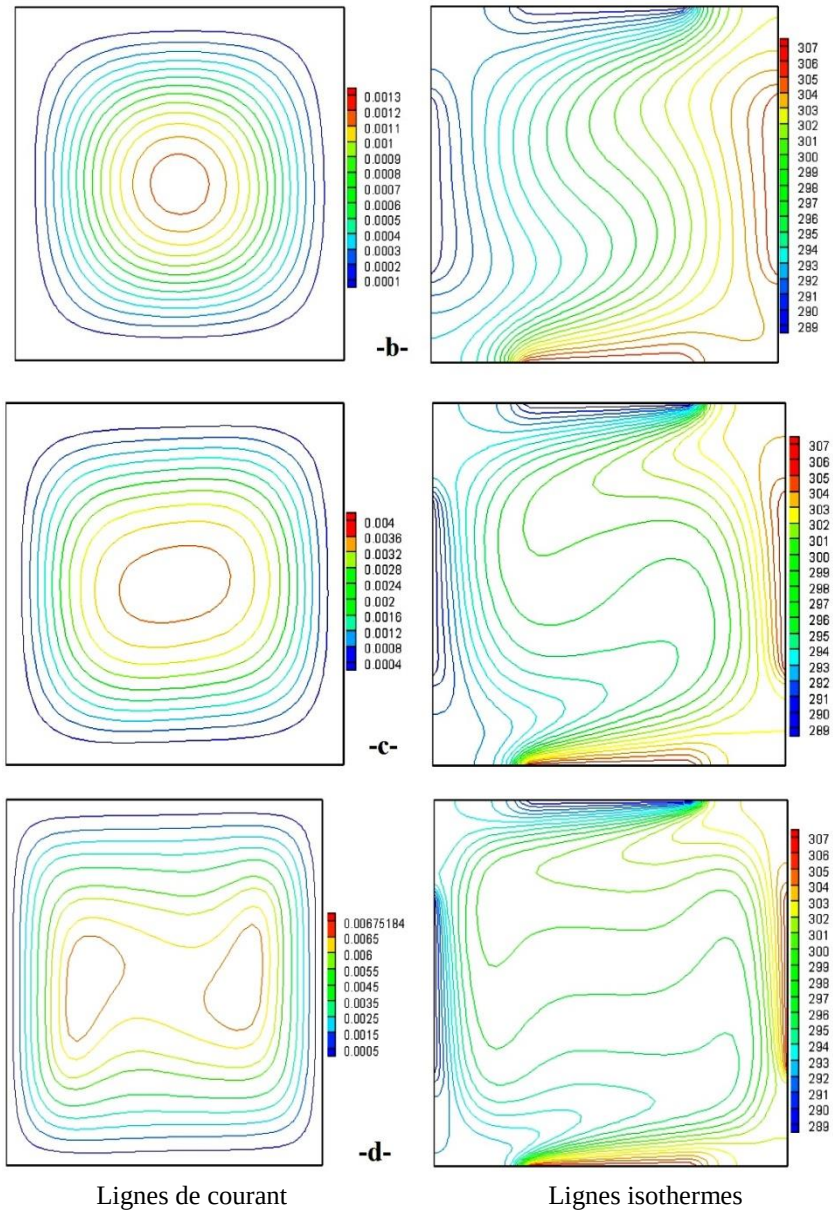


Fig. 5: Lignes de courant lignes isothermes pour le nano fluide TiO_2 -eau pour $\varphi=0.1$; a) $Ra=10^3$; b) $Ra=10^4$; c) $Ra=10^5$; d) $Ra=10^6$

4.2 Variation du nombre de Nusselt

La figure 6 présente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour les différentes nanoparticules (Cu, Al_2O_3 et TiO_2). Les résultats sont présentés pour le cas de $\varphi=0.1$. On remarque que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Les faibles valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} sont obtenues dans le cas du nano fluide TiO_2 , les valeurs moyennes pour Al_2O_3 et les plus grandes pour Cu. Ceci montre que le transfert

thermique dépend de la conductivité thermique des nano particules comme le montre le **Tableau 1**. Ce résultat est similaire à celui obtenu par Oztop *et al.* [31]. On peut donc conclure que l'amélioration du transfert de la chaleur convectif dépend de l'augmentation du nombre de Rayleigh.

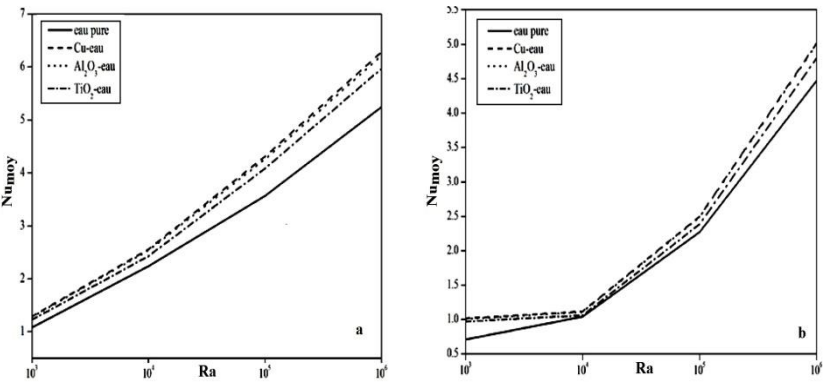


Fig. 6: Influence de la nature du nano fluide sur l'amélioration de transfert pour $\phi=0.1$ a) paroi horizontale inférieure et b) paroi verticale droite

La comparaison entre le nombre de Nusselt moyen calculé au niveau de la paroi horizontale inférieure Nu_{moy} et le nombre de Nusselt moyen calculé au niveau de la paroi verticale droite Nu_{moy} , montre que la valeur maximale est obtenue au niveau de la paroi horizontale inférieure. Ceci avec l'utilisation des nano fluides, améliore le transfert de chaleur.

La variation du nombre de Nusselt moyenne en fonction de la fraction volumique des nanoparticules utilisées (Cu, Al_2O_3 et TiO_2) est représenté par la figure 7. Les résultats sont obtenus pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^5$. On remarque que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de la fraction volumique et de la conductivité thermique des nanoparticules.

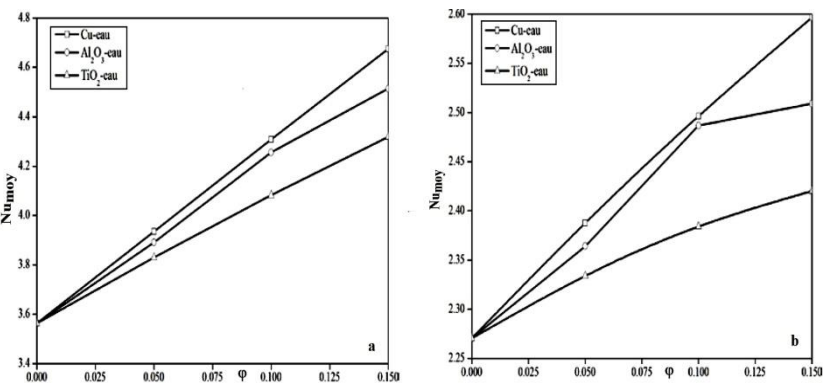


Fig. 7: Variation du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique pour les différents nano fluides et pour $Ra=10^5$
a) paroi horizontale inférieure et b) paroi verticale droite

Pour les faibles valeurs de la fraction volumique $\phi=0.1$, les deux nano fluides Cu-eau et Al_2O_3 -eau, les courbes représentant le nombre de Nusselt moyen sont proches les

unes des autres. Ceci est dû à la conductivité thermique du nano fluide. Pour des valeurs de la fraction volumique, telles que $\phi=0.1$, les courbes du nombre de Nusselt moyen s'éloignent les unes des autres. On constate que l'amélioration du transfert de la chaleur convectif est due à l'augmentation de la fraction volumique de nanoparticule

5. CONCLUSIONS

L'investigation numérique a été réalisée à l'aide de code commercial fluent pour étudier l'effet du type des nano fluides et de la fraction volumique sur le champ de l'écoulement et le champ de la température sur la convection naturelle dans une cavité carrée. Les résultats obtenus montrent que:

- l'augmentation du nombre de Rayleigh améliore le transfert de chaleur.
- la différence de transfert thermique en utilisant différents nano fluides, dépend de l'augmentation de la valeur de la fraction volumique des nanoparticules.
- l'amélioration du transfert thermique le plus élevé est obtenu en utilisant les nanoparticules de Cu.

NOMENCLATURE

g , Accélération de gravité, m/s^2	β , Coefficient de dilatation thermique du fluide, $1/K$
H , Hauteur de la cavité, m	ν , Viscosité cinématique, m^2/s
Gr , Nombre de Grashof	k , Conductivité thermique, $W/m.K$
Nu , Nombre de Nusselt	ρ , Densité
Pr , Nombre de Prandtl	
Ra , Nombre de Rayleigh	α , Diffusivité thermique, m^2/s
T , Température du fluide, K	T_0 , Température de référence, K
u, v , Coordonnées de vitesse, m/s	x, y , Coordonnées cartésiennes, m
$+$, Valeur adimensionnelle; C , Froid	F , Fluide; H , Chaud; moy , Moyen
Nf , nano-fluide	P , Nano particule

REFERENCES

- [1] S. Lee and S.U.S. Choi, 'Application of Metallic Nano particle Suspensions in Advanced Cooling Systems', in: 1996 International Mechanical Engineering Congress and Exhibition, Atlanta, USA.
- [2] Y.M. Xuan and Q. Li, 'Heat Transfer Enhancement of Nanofluids', International Journal of Heat Fluid Flow, Vol. 21, pp. 58 – 64, 2000.
- [3] J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, W. Yu and L.J. Thompson, 'Anomalous Increased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-Based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles', Applied Physics Letters, Vol. 78, pp. 718 – 720, 2001.
- [4] K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, 'Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids', International Journal Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 3639 - 3653, 2003.
- [5] N. Putra, W. Roetzel and S.K. Das, 'Natural Convection of Nanofluids', Heat Mass Transfer, Vol. 39, pp. 775 – 784, 2003.

- [6] Y.M. Xuan and Q. Li, '*Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids*', ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 125, pp. 151 – 155, 2003.
- [7] S.P. Jang and S.U.S. Choi, '*Role of Brownian Motion in the Enhanced Thermal Conductivity of Nanofluids*', Applied Physics Letters, Vol. 84, pp. 4316 – 4318, 2004).
- [8] A.R.A. Khaled and K. Vafai, '*Heat Transfer Enhancement Through Control of Thermal Dispersion Effects*', International Journal Heat Mass Transfer, Vol. 48, pp. 2172, 2005.
- [9] V. Bianco, F. Chiacchio, O. Manca and S. Nardini, '*Numerical Investigation Nanofluids Forced Convection in Circular Tubes*', Applied Thermal Engineering, Vol. 29, N°17-18, pp. 3632 - 3642, 2009.
- [10] K.V. Wong and O. Leon, '*Applications of Nanofluids: Current and Future*', Advances in Mechanical Engineering, pp. 1 - 11, 2010.
- [11] M. Shafahi, V. Bianco, K. Vafai and O. Manca, '*Thermal Performance of Flat-Shaped Heat Pipes Using Nanofluids*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 53, N°7-8, pp. 1438 - 1445, 2010.
- [12] S.K. Das, N. Putra, P. Thiesen and W. Roetzel, '*Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids*', Journal of Heat Transfer, Vol. 125, N°4, pp. 567 – 574, 2003.
- [13] B.H. Chang, A.F. Mills and E. Hernandez, '*Natural Convection of Microparticle Suspensions in Thin Enclosures*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, (5) pp. 1332–1341, 2008.
- [14] C.J. Ho, W.K. Liu, Y.S. Chang and C.C. Lin, '*Natural Convection Heat Transfer of Alumina–Water Nanofluid in Vertical Square Enclosures: An Experimental Study*', International Journal of Thermal Sciences, Vol. 49, N°8, pp. 1345 – 1353, 2010.
- [15] P. Keblinski, S.R. Phillpot, S.U.S. Choi and J.A. Eastman, '*Mechanisms of Heat Flow In suspensions of Nano-Sized Particles (nanofluids)*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, pp. 855 – 863, 2002.
- [16] W. Evans, J. Fish and P. Keblinski, '*Role of Brownian Motion Hydrodynamics on Nanofluid Thermal Conductivity*', Applied Physics Letters, Vol. 88, N°9, 2006, 93116.
- [17] K. Khanafer and K. Vafai, '*A critical Synthesis of Thermophysical Characteristics of Nanofluids*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 54, pp. 4410 – 4428, 2011.
- [18] C. H. Li and G.P. Peterson, '*The Effect of Particle Size on the Effective Thermal Conductivity of Al₂O₃–Water Nanofluids*', Journal Applied Physics, Vol. 101, 2007, 044312.
- [19] M. Chandrasekar, S. Suresh and A. Chandra Bose, '*Experimental Investigations and Theoretical Determination of Thermal Conductivity and Viscosity of Al₂O₃/Water Nano fluid*', Exp. Thermal Fluid Sciences. Vol. 34, pp. 210 – 216, 2010.
- [20] M.C.S. Reddy and V. Vasudeva Rao, '*Experimental Studies on Thermal Conductivity of Blends of Ethylene Glycol-Water-Based TiO₂ Nanofluids*',

- International Communications of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, pp. 31 - 36, 2013.
- [21] B.C. Pak and Y.I. Cho, '*Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids With Submicron Metallic Oxide Particles*', Experimental Heat Transfer, Vol. 11, pp. 151 – 170, 1998.
 - [22] C.J. Ho, M.W. Chen and Z.W. Li, '*Numerical Simulation of Natural Convection of Nanofluid in a Square Enclosure: Effects Due to Uncertainties of Viscosity and Thermal Conductivity*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, N°17-18, pp. 4506 – 4516, 2008.
 - [23] K.S. Hwang, J.H. Lee and S.P. Jang, '*Buoyancy-Driven Heat Transfer of Water-Based Al₂O₃ Nanofluids in a Rectangular Cavity*', International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 50, N°9, pp. 4003 – 4010, 2007.
 - [24] A. Einstein, '*Eine Neue Bestimmung der Moleküldimensionen*', Ann. Phys. Leipzig; Vol. 19, pp. 289 – 306, 1906.
 - [25] H.C. Brinkman, '*The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions*', Journal of Chemical Physics, Vol. 20, N°4, pp. 571 , 1952.
 - [26] Y. Xuan, and Q. Li, '*Heat Transfer Enhancement of Nanofluids*', International Journal of Heat and Fluids, vol. 21, pp. 58–64, 2000.
 - [27] J.C. Maxwell, '*A Treatise on Electricity and Magnetism*', UK: Clarendon, 1973
 - [28] J. Boussinesq, '*Théorie Analytique de la Chaleur, Mise en Harmonie avec la Thermodynamique et la Théorie Mécanique de la Lumière*', Tome II: Refroidissement et Echauffement par Rayonnement. Conductibilité. Courants de Convection, Gauthier-Villars, 1903.
 - [29] S.V. Patankar, '*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*', Hemisphere / McGraw-Hill, Washington D.C, 1980.
 - [30] H.F. Oztop and E. Abu-Nada, '*Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids*', International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, N°5, pp. 1326 – 1336, 2008.
 - [31] R.J. Krane and J. Jessee, '*Some Detailed Field Measurements for a Natural Convection Flow in a Vertical Square Enclosure*', Proceedings of the First ASME-JSME Thermal Engineering Joint conference, Vol. 1, pp. 323 - 329, 1983.