

Modélisation de la demande en énergie électrique au Togo

C. Adjamagbo^{1*}, P. Ngae², A. Vianou¹ et V. Vigneron³

¹ Laboratoire d'Etudes et de Recherches en Technologies Industrielles, 'LERTI'
Faculté des Sciences et des Techniques, Université d'Abomey - Calavi,
B.P. 2009, Cotonou, Bénin

² Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry, 'LMEE'
40, Rue du Pelvoux, 91020 Evry Cedex, France

³ Laboratoire Informatique, Biologie Intégrative et Systèmes Complexes, 'IBISC'
40, Rue du Pelvoux, 91020 Evry Cedex, France

(reçu le 10 Mars 2011 – accepté le 29 Mars 2011)

Résumé - Quatre modèles paramétriques sont présentés dans ce travail, pour déterminer la consommation mensuelle de l'énergie électrique au Togo. Les données retenues pour cette modélisation portent sur la période 2001 - 2005 et sont constituées des relevés de consommation électrique, de température et d'humidité relative. Ces données ont été bootstrapées afin d'évaluer sur un jeu de données conséquent les paramètres des différents modèles. La démarche de modélisation a porté sur l'identification (reconstruction) et la simulation (prévision) de la consommation. Elle est concluante au regard des résultats obtenus par l'ensemble des modèles. Les modèles ARX se sont avérés les mieux indiqués pour l'identification, avec une erreur quadratique moyenne de 10^5 kWh, soit 1 % de la consommation minimale durant cette période. Pour ce qui est de la prévision, le modèle saisonnier a été le plus efficace, avec une erreur de $3.26 \cdot 10^5$ kWh.

Abstract - A study was carried out on the monthly power consumption in Togo. Four (4) parametric models were build using, the power consumption, the temperature and the relative humidity as parameters. A detailed study was carried out using a database ranging from 2001 to 2005 to enable them evaluate different models. The ARX models turned out to be the most indicated for an identification goal, with a quadratic error which represents 1 % of the minimum monthly consumption during that period. The seasonal models proved to be the most reliable for the consumption prevision during the years 2004 and 2005, with an error of 0.326 GWh.

Mots clés: Energie électrique - Modèles sinusoïdaux - Modèles saisonniers - ARX - Bootstrap.

1. INTRODUCTION

Le Togo et le Bénin, deux pays d'Afrique de l'ouest, ont opté pour une politique commune de l'énergie électrique. Ils ont créé en 1973, une structure étatique dénommée 'Communauté Electrique du Bénin', 'CEB' qui a pour missions, l'importation, la production et la vente de l'énergie électrique au Bénin et au Togo.

La CEB revend l'énergie à cinq gros clients dont la Compagnie Energie Electrique du Togo, 'CEET' et la Société Béninoise d'Energie Electrique, 'SBEE', qui à leur tour distribuent l'énergie électrique dans leurs pays aux ménages et dans l'industrie et produisent ponctuellement là où le réseau de la CEB n'arrive pas.

* adjamagbonicolos@yahoo.fr

La CEB, la SBEE et la CEET ensemble ont produit en 2001 à peine 20 % de la consommation de l'année. La forte dépendance en énergie électrique du Bénin et du Togo vis-à-vis de l'étranger est avérée.

Les travaux présentés visent à modéliser la demande en énergie électrique des réseaux de la CEB. Cette modélisation s'appuie sur des types de données réduites, principalement les relevés de consommation mensuelle et les variations saisonnières des paramètres météorologiques. Il s'agit ici de résoudre un problème de prévision saisonnière souvent abordé dans la littérature [1, 2].

Toutefois la spécificité de cette étude résulte dans la qualité et l'hétérogénéité des sources d'approvisionnement qui répondent avec beaucoup d'aléas à la demande de la consommation électrique. Ces aléas de production influent sur la façon dont la CEB répond à la demande cyclique de l'électricité.

Différents modèles de consommation de l'énergie électrique, paramétriques sont ainsi présentés. Ils dépendent notamment de la périodicité, la saisonnalité et la dynamique propre de consommation. La précision de ces modèles est évaluée sur un jeu de données ré-échantillonnées par les techniques du bootstrap.

Ainsi, dans cet article, nous examinerons les données utilisées pour la modélisation, puis nous présenterons les différents modèles de consommation de l'énergie électrique. Enfin nous analyserons les résultats des modèles et les discuterons.

2. DONNEES DE MODELISATION

Deux types de données ont été utilisés pour la modélisation de la demande de l'énergie électrique: les données météorologiques et les relevés mensuels de consommation de l'énergie au Togo.

2.1 Données météorologiques du Togo

Nous nous sommes intéressés particulièrement à la température, à l'humidité relative en raison de leur influence potentielle sur la consommation d'énergie électrique. Ces paramètres reflètent les alternances des saisons sèches et pluvieuses, qui sont les événements climatiques principaux de cette région d'Afrique.

Les données ont été recueillies sur des serveurs météorologiques [9, 10]. Les variations de ces deux paramètres sont quasi identiques, pour toutes les villes du Togo, de la base de données, {Lomé (6°10'N, 1°15'E, à l'extrême Sud), Atakpamé (7°35'N, -1°07'E, au 3/4 Sud), Tabligbo (6°35'N, 1°30'E, au Sud), Dapaong (10°52'N, 0°15'E, à l'extrême Nord), Kara (9°33'N, 1°10'E, au Nord), Mango (10°22'N, 0°28'E, au Nord-Ouest), Niamtougou (9°46', 1°06'E, au 3/4 Nord), Sokodé (8°59'N, 1°09'E, au Centre)}. On ne présentera ainsi pour la suite, que les données mesurées à Lomé.

La figure 1 représente l'évolution des valeurs mensuelles de l'humidité relative et de la température à Lomé, sur la période allant de Mars 2001 à Décembre 2005. En abscisse, le numéro 1 correspond au premier mois de la base de données (mars 2001 = 1, avril 2001 = 2, ..., décembre 2005 = 60).

On observe globalement des niveaux d'humidité élevés situés au dessus de 80 %. Les minima d'humidité situés en dessous de ce seuil, traduisent l'effet de la saison sèche. On observe également aux mêmes instants des maxima de températures.

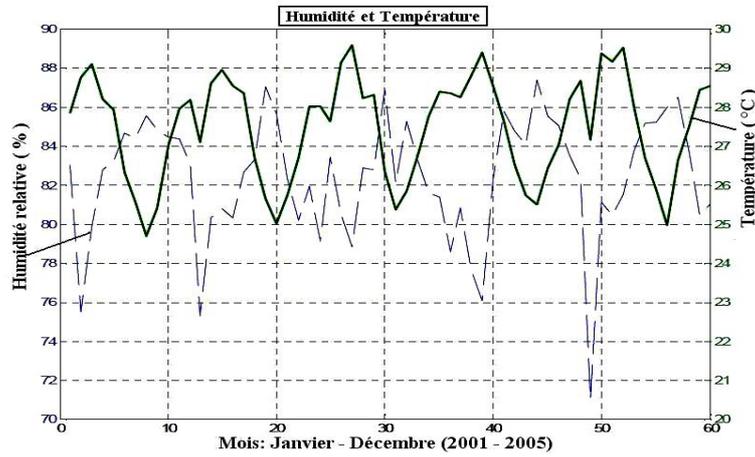


Fig. 1: Humidité relative et température à Lomé sur la période- Janvier 2001 – Décembre 2005

2.2 Données de consommation électrique au Togo

Les données utilisées pour cette étude, sont gracieusement mises à disposition par la CEB. La période étudiée va également de Janvier 2001 à Décembre 2005. Pour cette période, on dispose des relevés de vente d'électricité des différents postes de distribution d'électricité au Togo.

Ainsi, la notion de consommation totale d'énergie estimée au Togo est la somme des ventes d'énergie des postes suivants: Lomé A (Lomé-Aflao), Lomé B (Lomé-Port), Tabligbo, Aného, Atakpamé, Cinkassé, Dapaong, Tohoun, Autres clients Togo, Ifg (Otp) et Wacem.

On a retenu la période 2001 à 2005, car durant ces années, l'approvisionnement, la vente et la demande étaient en adéquation. Cette situation a évolué depuis 2006, car on constate ainsi de nombreuses coupures de courant, traduisant une insuffisance à combler les besoins en énergie du pays.

Ainsi, pour cette étude, notre échantillon est constitué de 60 mesures (12 mesures par an pendant cinq ans). L'évolution de la consommation électrique au Togo, reportée sur la figure 2 montre une tendance croissante de la consommation moyenne d'électricité, additionnée de caractéristiques quasi périodiques annuelles. L'extrapolation d'une tendance linéaire permet d'évaluer le taux d'accroissement annuel de consommation d'énergie à environ 7.74 %.

2.3 Synthèse des données

Les données météorologiques, comme les données de la consommation d'énergie présentent des caractéristiques saisonnières. Il se pose dès lors la question de l'existence de profils annuels de consommation d'énergie et des profils de variation de paramètres météorologiques.

Sur la figure 3, sont représentés des profils normalisés, de consommation d'énergie, de température et d'humidité. On y distingue les principales propriétés suivantes:

- l'existence de pics de consommation d'énergie, au cours des mois, N°3 et 12 (Mars et Décembre),

- l'existence d'un quasi palier de consommation électrique pendant les mois N°6 à 9 (Août à Septembre),
- les maxima de consommation électrique correspondent aux maxima de température,
- les variations de température sont en opposition de phase avec l'humidité relative,
- aux maxima de température correspondent des maxima de consommation et des minima d'humidité. Ces instants sont représentatifs de la saison sèche, propices à une forte consommation de l'énergie électrique.

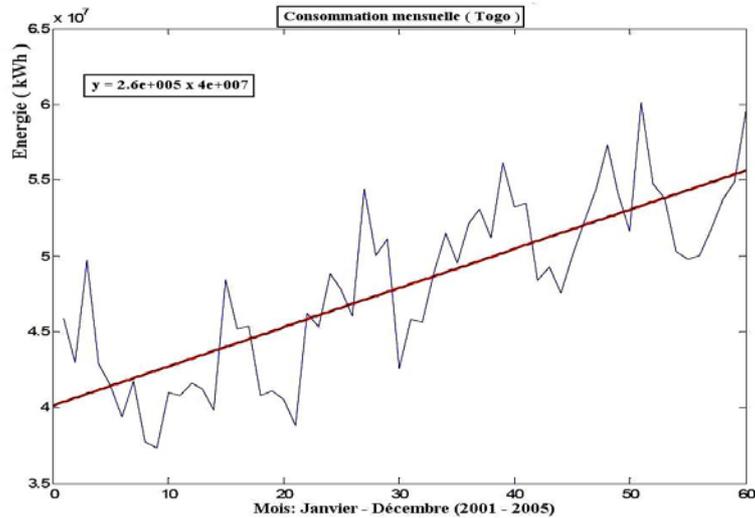


Fig. 2: Consommations mensuelles d'énergie au Togo

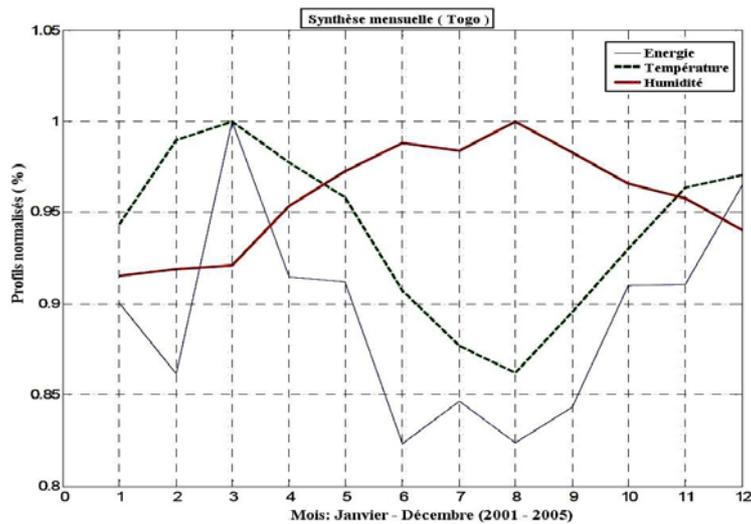


Fig. 3: Profils normalisés de consommation d'énergie, de température et d'humidité

3. MODELISATION

Différentes modélisations sont abordées, dans le but de reconstruire et de prévoir les évolutions des consommations électriques.

Les modélisations présentées s'appuient ainsi sur les caractéristiques suivantes:

- l'évolution périodique et la matérialisation d'un taux de croissance,
- les variations saisonnières de la consommation électrique,
- l'identification explicite d'une dynamique d'évolution de la consommation.

La précision des paramètres des différents modèles est évaluée sur des échantillons de données bootstrapés.

3.1 Modèle A

Ce modèle périodique a pour expression:

$$X_t = \delta_0 + \delta_1 \times t + \sum_{j=1}^n \left[\beta_j \times \sin\left(\frac{2\pi jt}{12}\right) + \gamma_j \times \cos\left(\frac{2\pi jt}{12}\right) \right] + \varepsilon_t \quad (1)$$

Avec:

t : Variable temporelle désignant les mois

X_t : Energie mensuelle

β_j et γ_j : Paramètres des harmoniques

n : Nombre d'harmoniques du modèle.

Ce type de modèle fait explicitement l'hypothèse d'une tendance linéaire, à laquelle se superpose des composantes sinusoïdales. L'une des difficultés d'application de ce modèle réside dans le choix optimal du nombre n d'harmoniques.

3.2 Modèle B

Ce modèle saisonnier s'écrit de la façon suivante:

$$X_t = \delta_0 + \delta_1 \times t + \sum_{j=1}^{12-1} \beta_j \times M_j + \varepsilon_t \quad (2)$$

t : Variable temporelle désignant les mois

X_t : Energie mensuelle

β_j et M_j : Paramètres de saisonnalité

δ_0 et δ_1 : Paramètres de la tendance.

Pour une saison de 12 mois, on a:

$$M_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } (\text{mois mod } 12) = 1 \\ 0 & \text{si } (\text{mois mod } 12) \neq 1 \end{cases}$$

$$M_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } (\text{mois mod } 12) = 2 \\ 0 & \text{si } (\text{mois mod } 12) \neq 2 \end{cases}$$

$$M_{12} = \begin{cases} 1 & \text{si } (\text{mois mod } 13) = 12 \\ 0 & \text{si } (\text{mois mod } 13) \neq 12 \end{cases}$$

Avec $(\text{mois mod } 13)$ représentant, le mois modulo 13.

Ce modèle prend comme temps de référence pour la saison, une année soit douze mois. Le système surdéterminé résultant de l'application de ce modèle est résolu par la méthode des moindres carrés.

3.3 Modèle C

C'est une variante du modèle B, sauf que X_t prend une forme exponentielle. La signification des paramètres est la même que dans le paragraphe précédent.

$$X_t = e^{\left(\delta_0 + \delta_1 \times t + \sum_{j=1}^{12-1} \beta_j \times M_j \right) + \varepsilon_t} \quad (3)$$

3.4 Modèle D

Ce modèle représente un système dynamique classique de type ARX, dont on connaît par avance la structure:

$$\begin{aligned} X(t) + a_1 X(t-1) + \dots + a_{n_a} X(t-n_a) \\ = b_1 U(t-n_k) + \dots + b_{n_b} U(t-n_k-n_b+1) + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (4)$$

$X(t)$: Consommation d'énergie mensuelle

$U(t), t$: Variable temporelle désignant les mois

n_a : Nombre de pôle du système

n_b : Nombre de zéro du système

n_k : Retard du système

a_i, b_j : Paramètres du modèle.

La structure d'un tel modèle est entièrement définie par le triplet $(n_a, n_b \text{ et } n_k)$, ainsi que par les paramètres associés a_i et b_j .

Ces paramètres sont le reflet de l'interaction des activités socio-économiques et des paramètres météorologiques (climatiques). En effet on a montré que les pics de consommation étaient liés aux saisons (mois de mars et décembre).

Pour prendre en compte l'ensemble de ces caractéristiques, on a choisi de faire varier les trois paramètres n_a, n_b et n_k dans une plage allant de 1 à 20. On explore ainsi nettement au delà d'une année. A l'image du modèle A, la structure optimale de ce modèle reste à définir.

3.5 Bootstrap

Les techniques de Bootstrap introduites par Efron [6-8] (appelées aussi ré-échantillonnage) reposent sur des méthodes de simulations de plusieurs échantillons à partir d'un seul échantillon.

Elles sont les seules procédures possibles, lorsque la complexité du problème ne permet pas d'inférence classique: elles permettent d'éviter d'avoir à estimer la loi du bruit à partir des résidus, comme c'est le cas pour les approches de type Monte-Carlo qui exigent de connaître la loi utilisée pour générer les données fictives.

Les techniques de bootstrap permettent d'estimer empiriquement la variabilité d'un paramètre. Elles donnent dans la plupart des cas une bonne image de la précision statistique de l'estimation réalisée à partir d'un seul échantillon.

a- Problématique de l'estimation d'un paramètre

Soit $X = (x_1, \dots, x_n)$, un échantillon de taille n et de fonction de répartition F inconnue, dépendant d'un paramètre θ inconnu. Le problème consiste à estimer ce paramètre θ par une statistique $\hat{\theta} = s(X)$ basée sur l'échantillon X . On cherche à évaluer la précision de cet estimateur, alors qu'on ne connaît pas la loi F .

Le calcul de l'estimateur bootstrap de l'écart-type $\sigma_{\text{boot}}(\hat{\theta})$ permet cette évaluation. Pour calculer cet estimateur bootstrap, on fabrique B échantillons à partir de l'échantillon X , par ré-échantillonnage. Ces échantillons sont appelés échantillons bootstrappés.

Un échantillon bootstrappé $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ est construit par un tirage aléatoire uniforme avec remise des observations de X :

$$P_U(x_i^* = x_j) = \frac{1}{n} \quad ; \quad (i, j = (1, \dots, n))$$

où P_U est la loi uniforme sur $X = (x_1, \dots, x_n)$. La fonction de répartition d'un échantillon bootstrappé X^\diamond est F , répartition empirique de X . Une réplique bootstrap de l'estimateur $\hat{\theta} = s(X)$ est alors donnée par $\hat{\theta}^* = s(X^*)$.

Par exemple, si on s'intéresse à l'estimateur de la moyenne de l'échantillon $X, s(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, une réplique bootstrap de cet estimateur est $s(X^*) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^*$.

L'algorithme pour calculer l'estimateur bootstrap de l'écart-type de $\hat{\theta}^*$ est détaillé dans le **Tableau 1**.

Tableau 1: Algorithme Bootstrap pour le calcul de l'estimateur bootstrap de l'écart-type $\sigma_{\text{boot}}(\hat{\theta})$

Distribution empirique	Echantillons bootstrappés	Répliques bootstrap de $\hat{\theta}$	Estimateur bootstrap de l'écart type $\sigma_{\text{boot}}(\hat{\theta})$
	X^{*1}	$\hat{\theta}^{*1} = s(X^{*1})$	
	X^{*2}	$\hat{\theta}^{*2} = s(X^{*2})$	

$$\hat{F} \quad X^{*3} \quad \hat{\theta}^{*3} = s(X^{*3})$$

$$\quad \quad X^{*B} \quad \hat{\theta}^{*B} = s(X^{*B})$$

$$\hat{\sigma}_{\text{boot}} \hat{\theta}^* = \left[\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}^{*b} - \hat{\theta}^*(.))^2 \right]^{1/2}$$

$$\hat{\theta}^*(.) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}^{*b}$$

L'estimateur bootstrap de l'écart-type $\sigma_{\text{boot}}(\hat{\theta})$ est donc calculé en remplaçant la fonction de distribution F inconnue par la fonction de distribution empirique \hat{F} . Une fois estimé cet écart-type, on peut en déduire des intervalles de confiance, etc.

b- Echantillons bootstrappés

A l'aide de l'algorithme de l'estimateur de bootstrap de l'écart-type (**Tableau 1**), nous avons généré un nombre B de réplification égale à 300, donc 300 échantillons bootstrappés à partir desquels nous avons pu évaluer la précision des paramètres des différents modèles.

4. VALIDATION

La validation des modèles a été conduite dans deux directions:

1. *L'indentification* au sens où la totalité de la base de données (60 points) a été utilisée pour le calcul des paramètres des différents modèles,
2. La *simulation* au sens où seuls 36 des 60 points ont été utilisés pour le calcul des paramètres des différents modèles. Leur efficacité a été mesurée sur les 24 autres points correspondant aux deux dernières années de la base.

4.1 Indentification

a- Modèle A

Le modèle A a été programmé suivant l'équation (2) et conformément à l'algorithme rappelé en annexe. Le critère de AICc, est une variante du critère global de AIC 'Aikake Information Criterion' [11, 12] destiné à déterminer le nombre de paramètre optimal d'un modèle à partir de son erreur quadratique.

Cette variante de l'AIC est adaptée aux petits échantillons et a pour expression:

$$\text{AICc} = 2n + p \left(\log \left(\frac{2\pi\epsilon^2}{p} \right) + 1 \right) + \frac{2n(n+1)}{p-n-1}$$

Avec:

- p : le nombre de points de l'échantillon,
- n : le nombre de paramètres du modèle,
- $\epsilon^2 = \sum_{i=1}^p \epsilon_i^2$: la somme des erreurs quadratiques.

L'application de ce critère au modèle A, montre une structure optimale pour $n = 6$. A cette valeur correspond le minimum du critère (Fig. 4).

b- Evaluation des modèles A, B et C

Les modèles A, B et C ont été évalués sur 300 échantillons bootstrappés. On a ainsi calculé les intervalles de variation des erreurs quadratiques (**Tableau 2**).

On note que le modèle B a la plus faible dispersion et le plus faible niveau de l'erreur quadratique moyenne. Des trois modèles, il est le plus indiqué dans un processus d'identification de la consommation d'énergie au Togo.

Tableau 2: Erreurs des modèles A, B et C sur échantillons bootstrappés (Identification)

	Modèle A	Modèle B	Modèle C
Erms Min/ 10^5 (kWh)	2.248	2.248	2.276
Erms Moy/ 10^5 (kWh)	2.809	2.5241	3.189
Erms Max/ 10^5 (kWh)	1.100	4.702	16.26
Erms (Max – Min) Moy (%)	3.117	0.972	4.385

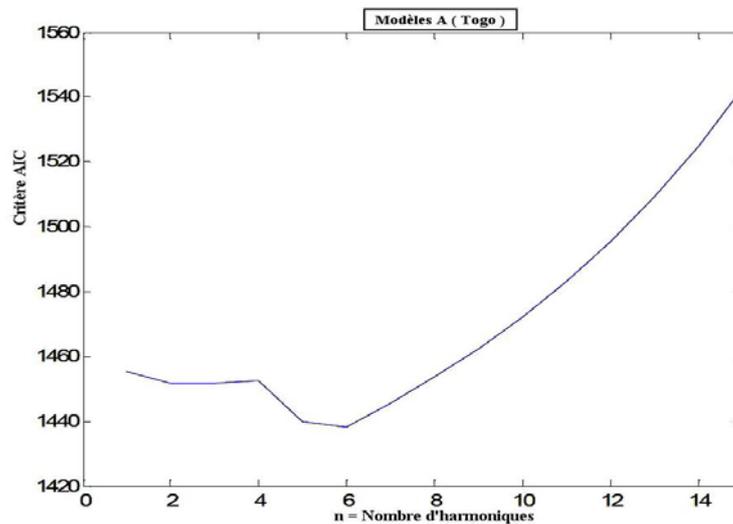


Fig. 4: Critère AICc appliqué au modèle A

c- Modèle E

La structure du réseau est déterminée à partir de trois critères globaux complémentaires:

- *Best Fit*: Avec ce critère, on retient la combinaison (n_a, n_b, n_k) qui génère la meilleure corrélation entre les mesures et les sorties du modèle. La combinaison retenue est (10, 10, 8),

- *MDL* 'Minimum Descriptor Length' [11] et le AIC déjà présenté au paragraphe précédent.

Les deux critères engendrent la même structure avec $(n_a, n_b, n_k) = (10, 9, 9)$.

d- Synthèse des différents modèles

Les algorithmes de calcul des coefficients des modèles A, B et C sont reportés en annexe. Les coefficients des différents modèles sont reportés dans le **Tableau A.1** en annexe.

Les performances des modèles sont évaluées au regard de deux paramètres suivants:

- Erms, la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne entre les mesures et les sorties des modèles,
- R^2 , le coefficient de corrélation entre les mesures et les sorties des modèles.

Les performances des modèles D se situent au dessus de celles des modèles A, B et C comme l'atteste les données du **Tableau 3**, avec un niveau d'erreur moyen qui est de l'ordre 10^5 kWh.

Le modèle saisonnier B, avec une erreur de l'ordre de $2.5 \cdot 10^5$ kWh, se situe en troisième position pour ce qui est des performances.

Les niveaux des corrélations confirment ces constatations. De même sur les courbes de la figure 5, on note également une meilleure convergence des sorties des modèles D avec les mesures.

Tableau 3: Performances des modèles A, B, C et D (Identification)

	Modèle A	Modèle B	Modèle C	Modèle D 'Best Fit'	Modèle D 'MDL - AIC'
Erms/ 10^5 (kWh)	2.809	2.5241	3.189	1.0094	1.0514
R^2 (%)	68.671	68.672	68.096	86.178	85.4321

4.2 Prédiction

La prédiction a porté sur les deux dernières années de la base. L'élaboration des modèles (choix de la structure optimale, calcul de la dispersion de l'erreur) a été effectuée conformément aux procédures décrites précédemment.

Les coefficients des différents modèles sont reportés dans le **Tableau A.2** en annexe.

Des trois modèles A, B et C, le B reste le meilleur, si l'on se refait aux erreurs calculées sur les échantillons bootstrappés. On note un niveau de dispersion de l'erreur de l'ordre de 1 (**Tableau 4**), avec toutefois un niveau d'erreur moyenne 2 fois plus élevé que dans le cas de la phase de prédiction.

Le modèle B est également celui pour lequel l'erreur quadratique est la plus faible, si l'on se réfère à notre base de donnée uniquement. Cette erreur se situe autour de 3×10^5 kWh, elle est en ordre de grandeur trois fois plus élevée que celles obtenues lors de la phase d'identification.

L'efficacité de l'ensemble des modèles est en retrait, ceci se traduit par un coefficient de corrélation maximum de l'ordre de 50 % pour le modèle B (**Tableau 5**). Les faibles niveaux de corrélation reflètent notamment l'incapacité des modèles à reproduire certains aspects 'non périodiques' de la consommation lors des années 2004 et 2005.

Le pic de consommation électrique de Décembre 2004 (Mois N°48 Fig. 6) illustre parfaitement cette situation. Car en effet, dans toute la base de données, cette situation ne survient qu'au mois de Décembre 2002. Cette situation étant peu représentative des situations observées au cours des 5 ans, aucun des modèles mis au point sur la base de données minimales n'arrive à la reproduire.

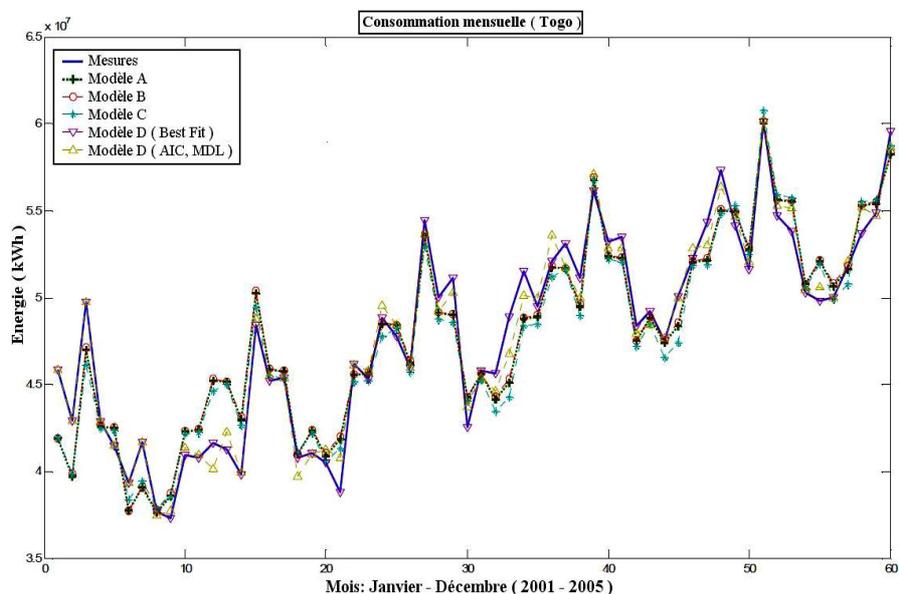


Fig. 5: Identification de la consommation d'énergie électrique au Togo (Jan. 2001- Déc. 2005)

Une situation analogue apparaît au courant des mois de Juin à Août 2005 (Mois N°54, 55 et 56), car c'est la seule année de la base, où la consommation durant ces trois mois consécutifs est faible et forme un palier. Les modèles n'arrivent pas à reproduire cet évènement de façon satisfaisante, ils ont tendance à reproduire le type de consommation des années précédentes aux mêmes mois

Tableau 4: Erreurs des modèles A, B et C sur échantillons bootstrappés (Prédiction)

	Modèle A	Modèle B	Modèle C
Erms Min/ 10^5 (kWh)	3.28	3.28	3.2346
Erms Moy/ 10^5 (kWh)	7.471	4.138	10.34

Erms Max/10 ⁵ (kWh)	20.97	7.439	3.234
Erms (Max – Min) Moy (%)	2.368	1.004	2.814

Tableau 5: Performances des modèles A, B, C et D (Prédiction)

	Modèle A	Modèle B	Modèle C	Modèle D 'Best Fit'	Modèle D 'MDL - AIC'
Erms/10 ⁵ (kWh)	3.552	3.263	6.728	4.606	5.961
R ² (%)	47.25	50.00	28.63	32.40	17.76

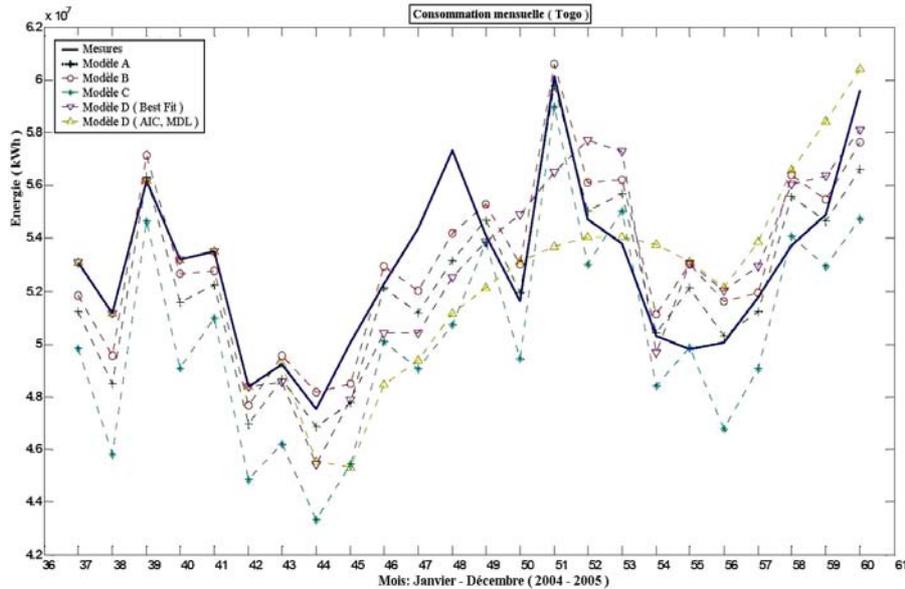


Fig. 6: Prédiction de la consommation d'énergie électrique au Togo (Jan. 2001- Déc. 2005)

5. CONCLUSION

Les premiers résultats obtenus pour la caractérisation et la prévision de la consommation électrique sont satisfaisants au regard des données dont nous disposons. Les techniques de ré-échantillonnage (Bootstap) ont été appliquées avec succès à notre échantillon initial, afin de générer des réplifications statistiquement compatibles avec nos données initiales. Ces données supplémentaires ont permis de déterminer la plage de variation des erreurs des modèles périodiques et saisonniers.

Les modèles saisonniers se sont révélés plus efficaces que les modèles sinusoïdaux et les modèles ARX pour la prédiction de la consommation électrique au Togo. Les niveaux d'erreur moyens obtenus avec ces derniers se situent autour de 2 10⁵ kWh.

Cette valeur est 200 fois plus petite que le niveau minimum de consommation observé lors de la phase de prédiction.

La démarche visant à l'utilisation de ce type de modèles (sinusoïdaux, périodiques et ARX) avec des données de consommations réduites, montre son efficacité dès lors qu'elle est sensée prédire des habitudes de consommation bien établies. Cette efficacité semble mise à mal dès lors que les habitudes de consommation varient, ou que des phénomènes exceptionnels surviennent.

L'amélioration des modèles passe nécessairement par le recueil de données complémentaires, autres que celles de la météorologie pas forcément discriminantes pour l'établissement de la consommation électrique pour cette région de l'Afrique en raison de son climat spécifique.

L'adjonction de données socio-économiques aux données de consommation peut apporter une amélioration des prédictions comme le suggèrent les publications récentes [3-5]. D'autres stratégies visant à modéliser d'abord les consommations journalières et hebdomadaires participent à cette amélioration.

NOMENCLATURE

$\hat{\theta}$	Estimateur	a_j, b_j	Paramètres du modèle
$\hat{\theta}^*$	Réplication Bootstrap de l'estimation	C	Paramètre d'échelle dans la distribution de Weibull, m/s
Ct_i	Matrice des coefficients du modèle N°i	Ept_i	Energie mensuelle reconstituée pour le modèle N°i, kWk
Et_i	Matrice des X_t de l'énergie mensuelle mesurée pour modèle N°i	M_i	Matrice intermédiaire pour identification de l'énergie dans le cas du modèle N°i
M_i^{-1}	Matrice intermédiaire inverse pour identification de l'énergie dans le cas du modèle N°i	R^2	Coefficient de corrélation entre les mesures et les sorties des modèles
M_j	Paramètre de saisonnalité	n	Nombre d'harmonique
N°i	Numéro de l'enième modèle	n_a	Nombre de pôles du système
n_b	Nombre de zéro du système	n_k	Retard du système
t	Variable temporelle désignant les mois	$U(t)$	Variable temporelle désignant les mois
X	Echantillon, kWh	X^*	Echantillon bootstrappé
$X(t)$	Consommation d'énergie mensuelle, kWh	X_t	Energie mensuelle, kWh
$\beta_j, \gamma_j, \beta_0$	Paramètres des harmoniques	δ_0, δ_1	Paramètres de la tendance, kWh
θ	Paramètre d'une fonction	σ_{boot}	Estimateur bootstrap de l'écart-type

ANNEXES

A.1 Algorithme du modèle A

Le système ci-après {équ. (A.1)} illustre le modèle A pour un nombre d'harmoniques n égal à 3.

$$\begin{bmatrix} X_n \\ X_{t1} \\ M \\ X_{n-1} \\ X_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & \sin\left(\frac{2\pi t_1}{12}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_1}{12}\right) & \sin\left(\frac{4\pi t_1}{12}\right) & \cos\left(\frac{4\pi t_1}{12}\right) & \sin\left(\frac{6\pi t_1}{12}\right) & \cos\left(\frac{6\pi t_1}{12}\right) \\ 1 & t_2 & \sin\left(\frac{2\pi t_2}{12}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_2}{12}\right) & \sin\left(\frac{4\pi t_2}{12}\right) & \cos\left(\frac{4\pi t_2}{12}\right) & \sin\left(\frac{6\pi t_2}{12}\right) & \cos\left(\frac{6\pi t_2}{12}\right) \\ M & M & M & M & M & M & M & M \\ 1 & t_{n-1} & \sin\left(\frac{2\pi t_{n-1}}{12}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_{n-1}}{12}\right) & \sin\left(\frac{4\pi t_{n-1}}{12}\right) & \cos\left(\frac{4\pi t_{n-1}}{12}\right) & \sin\left(\frac{6\pi t_{n-1}}{12}\right) & \cos\left(\frac{6\pi t_{n-1}}{12}\right) \\ 1 & t_n & \sin\left(\frac{2\pi t_n}{12}\right) & \cos\left(\frac{2\pi t_n}{12}\right) & \sin\left(\frac{4\pi t_n}{12}\right) & \cos\left(\frac{4\pi t_n}{12}\right) & \sin\left(\frac{6\pi t_n}{12}\right) & \cos\left(\frac{6\pi t_n}{12}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

Ce système est équivalent au suivant:

$$E = M \times C \quad (A.2)$$

Avec:

- E, la matrice des X_t de l'énergie mensuelle mesurée,
- M, la matrice intermédiaire {équ. (A.1)}, cette matrice est formée pour les instants t correspondant aux mois pour lesquels on souhaite identifier l'énergie,
- C, la matrice des coefficients du modèle A.

Les coefficients du modèle sont résolus à l'aide de l'équation suivante :

$$C = \text{inv}(M) \times E \quad (A.3)$$

Inv est une fonction pseudo inverse, permettant de réaliser une inversion matricielle et de s'affranchir des singularités de la M.

Le système d'équation (A.3) étant surdéterminé, on a retenu pour le critère de minimisation, celui des moindres carrés. La résolution de ce système d'équation est développée dans un programme en Matlab.

Une fois ces coefficients calculés, on peut reconstruire l'énergie mensuelle E_r à l'aide du produit matriciel suivant {équ. (A.4)}:

$$E_r = M \times C \quad (A.4)$$

Dans le cas où ce modèle est utilisé pour faire des prévisions, des simulations, l'objectif consiste à déterminer l'énergie E_s aux instants t différents de ceux sur lesquels on a calculé la matrice des coefficients C. Il suffit alors de construire une matrice M' à l'image de M à ces instants là et déterminer E_s à partir de l'équation (A.5).

$$E_s = M' \times C \quad (A.5)$$

A.2 Algorithme du modèle B

L'algorithme est construit à partir d'une démarche analogue à celle du modèle A. La seule différence se situe au niveau des matrices C et M.

Expression de la matrice C

La matrice C des coefficients {éq. (A.5)} du modèle prend la forme suivante:

$$C = \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \delta_1 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ M \\ \beta_{12} \end{bmatrix}$$

Expression de la matrice M

Soit n_1 le nombre de ligne de la matrice M, il correspond également au nombre de points de la base de données.

Le nombre de colonne est de 14, il est égal au nombre de coefficient de la matrice des coefficients C.

Le contenu de la matrice M est obtenu à partir des formules suivantes:

Pour ind de 1 à n_1

$$M(\text{ind}, 1) = 1$$

$$M(\text{ind}, 2) = t_{\text{ind}}$$

$$M(\text{ind}, 3 + \text{rdive}(\text{ind} - 1, 13)) = 1$$

Fin pour

Avec :

t_{ind} , mois de la base de données

$\text{rdive}(\text{ind} - 1, 13)$ le reste de la division entière de $(\text{ind} - 1,)$ par 13.

A.3 Algorithme du modèle C

La principale différence entre les modèle B et C réside dans l'expression de la matrice E. Pour ce modèle, E est un vecteur colonne représentant le logarithme des énergies X_t ($\text{Log } X_t$). Pour la suite de l'algorithme, on se réfère au modèle B.

A.4 Coefficients des modèles lors de l'indentification

Tableau A1: Coefficients des modules A, B, C et D (Identification)

Modèle A (n=6)	Modèle B	Modèle C	Modèle D (Best Fit) n _a =10, n _b =10, n _k =8			Modèle D (MDL & AIC) n _a =10, n _b =9, n _k =9		
δ_0 3.96e+07	δ_0 3.66e+07	δ_0 16.153	a ₁ -0.3372	b ₈ 1.48e05	a ₁ -0.3454	b ₉ -2.644e05		
δ_1 2.71e+05	δ_1 2.71e+05	δ_1 0.0057	a ₂ -0.00185	b ₉ -3.082e05	a ₂ -0.01971	b ₁₀ -3.856e04		
β_1 3.00e+06	β_1 4.88e+06	β_1 1.383	a ₃ -0.1426	b ₁₀ 6314	a ₃ -0.1821	b ₁₁ 2.443e05		
γ_1 1.51e+06	β_2 2.60e+06	β_2 1.344	a ₄ -0.05732	b ₁₁ 2.264e05	a ₄ -0.1019	b ₁₂ 4.957e04		
β_2 -1.19e+06	β_3 9.72e+06	β_3 1.484	a ₅ 0.000725	b ₁₂ 6.533e04	a ₅ -0.03601	b ₁₃ 4.349e05		
γ_2 -5.30e+05	β_4 4.92e+06	β_4 1.389	a ₆ -0.1531	b ₁₃ 4.134e05	a ₆ -0.04843	b ₁₄ -8.486e05		
β_3 -5.81e+05	β_5 4.53e+06	β_5 1.385	a ₇ 0.02929	b ₁₄ -8.558e05	a ₇ -0.01029	b ₁₅ 8.507e05		
γ_3 7.24e+05	β_6 -4.89e+05	β_6 1.268	a ₈ 0.1736	b ₁₅ 8.961e05	a ₈ 0.1883	b ₁₆ -1.612e05		
β_4 5.89e+05	β_7 4.09e+05	β_7 1.290	a ₉ -0.5995	b ₁₆ -1.675e05	a ₉ -0.5553	b ₁₇ 6.413e05		
γ_4 5.88e+05	β_8 -1.08e+06	β_8 1.264	a ₁₀ 0.2113	b ₁₇ 6.941e05	a ₁₀ 0.209			
β_5 1.35e+06	β_9 -1.46e+05	β_9 1.277						
γ_5 7.75e+05	β_{10} 3.03e+06	β_{10} 1.339						
β_6 -2.34e-08	β_{11} 2.79e+06	β_{11} 1.333						
γ_6 -6.37e+05	β_{12} 5.46e+06	β_{12} 1.393						

A.5 Coefficients des modèles lors de la prédiction

Tableau A2: Coefficients des modules A, B, C et D (Prédiction)

Modèle A (n=4)	Modèle B	Modèle C	Modèle D (Best Fit) n _a =3, n _b =6, n _k =4			Modèle D (MDL & AIC) n _a =2, n _b =2, n _k =8		
δ_0 3.86e+07	δ_0 3.62e+07	δ_0 16.103	a ₁ -0.242	B ₄ 5.22e+06	a ₁ -0.21936	B ₈ -1.26e+06		
δ_1 2.89e+05	δ_1 2.89e+05	δ_1 0.0064335	a ₂ -0.192	B ₅ 3.15e+06	a ₂ -0.10799	B ₉ 1.33e+06		
β_1 2.85e+06	β_1 4.98e+06	β_1 1.3865	a ₃ 0.354	B ₆ 1.09e+06				
γ_1 1.11e+06	β_2 2.64e+06	β_2 1.3197		B ₇ -9.77e+05				
β_2 -1.01e+06	β_3 9.93e+06	β_3 1.4947		B ₈ -3.04e+06				
γ_2 -8.08e+05	β_4 4.96e+06	β_4 1.3861		B ₉ -5.11e+06				
β_3 -7.10e+05	β_5 4.62e+06	β_5 1.3627						
γ_3 5.23e+05	β_6 -5.04e+05	β_6 1.2657						
β_4 8.25e+05	β_7 1.08e+06	β_7 1.299						
γ_4 2.79e+05	β_8 -7.38e+05	β_8 1.2769						
β_5 1.58e+06	β_9 -6.25e+05	β_9 1.2772						
γ_5 6.12e+05	β_{10} 3.45e+06	β_{10} 1.3501						
β_6 6.29e-09	β_{11} 2.24e+06	β_{11} 1.3289						
γ_6 -7.12e+05	β_{12} 4.18e+06	β_{12} 1.3557						

REFERENCES

- [1] S. Mirasgedis, Y. Sarafidis, E. Georgopoulou, D.P. Lalas, M. Moschovits, F. Karagiannis and D. Papakonstantinou, 'Models for Mid-Term Electricity Demand Forecasting Incorporating Weather Influences', *Energy*, Vol. 31, N°2-3, pp. 208 – 227, 2006.
- [2] S. Ahmed, 'Seasonal Models of Peak Electric Load Demand', *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 72, N°5, pp. 609 – 622, 2005.
- [3] V.P. Borozan and N.L.J. Rajakovic, 'Load Estimation for Distribution Systems with Minimum Information', *European Transactions on Electrical Power*, Vol. 14, N°6, pp. 331 – 345, 2004.
- [4] Z. Mohamed and P. Bodger, 'A comparison of Logistic and Harvey Models for Electricity Consumption in New Zealand', *Technological Forecasting and Social Change*, Vol. 72, N°8, pp. 1030 – 1043, 2005.
- [5] A. Al-Shehri, 'A Simple Forecasting Model for Industrial Electric Energy Consumption', *International Journal of Energy Research*, Vol. 24, N°8, pp. 719 – 726, 2000.
- [6] B. Efron, 'The Convex Hull of a Random Set of Points', *Biometrika*, Vol. 52, N°3-4, pp. 331 - 343, 1965.
- [7] P. Diaconis et B. Efron, 'Méthodes de Calculs Statistiques Intensifs sur Ordinateurs dans le Calcul Intensif'. Bibliothèque Pour La Science, 1989.
- [8] B. Rapacchi, 'Une Introduction au Bootstrap', Centre Interuniversitaire de Calcul de Grenoble, 15 Décembre 1994.
- [9] Russia's Weather Server - Weather Archive, <http://meteo.infospace.ru/wcarch/html/index.sht>
- [10] Wyoming Weather Web, <http://weather.uwyo.edu/>
- [11] L. Ljung, 'System Identification - Theory for the User', 2nd Edition, PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1999.
- [12] T. Söderström and P. Stoica, 'System Identification', Prentice Hall International, London, 1989.