

Simulation numérique des vibrations libres des poutres composites multicouches

Numerical simulation of the free vibrations of multilayer composite beams

Abdelkader Kallouche*, Youcef Khadri & Sabiha Tekili

Laboratoire de Mécanique Industrielle (LMI), Département de Génie Mécanique, Université Badji Mokhtar, BP 12, Annaba, 23000, Algérie.

Article Info

Histprique de l'article

Reçu le 30/09/2018
Révisé le 03/03/2019
Accepté le 04/03/2019

Mots-clés :

Vibrations libres, Composites, Stratifiés, Flexion de poutres, MEF.

Keyword:

Freevibration, Composites, Laminates, Bending of beams, FEM.

RESUMÉ

Cet article porte sur les vibrations libres des poutres composites multicouches sur deux appuis simples. Les fréquences et modes propres des poutres composites sont déterminés en utilisant une approche d'homogénéisation basée sur la notion de caractéristiques mécaniques équivalentes en flexion. L'étude portera sur la considération des vibrations libres non amorties des poutres composites à quatre couches [0/0/0/0], [0/45/0/45], [0/45/-45/90] et [45/90/0/-45]. L'étude est réalisée par la méthode analytique et une simulation numérique en utilisant la méthode des éléments finis. Un très bon accord a été obtenu entre les résultats de la simulation numérique et ceux de la méthode analytique.

ABSTRACT

This article studies the free vibrations of simply supported multilayer composite beams. The frequencies and eigenmodes of the composite beams are determined using an homogenization approach based on the notion of equivalent mechanical properties in bending. The study will focus on the consideration of unamortized free vibration of composite beams with four layers [0/0/0/0], [0/45/0/45], [0/45/-45/ 90] and [45/90/0/-45]. The study is carried out by the analytical method and a numerical simulation using the finite element method. A very good agreement was obtained between the results of the numerical simulation and those of the analytical method.

Auteur correspondant:

Abdelkader Kallouche
Laboratoire de Mécanique Industrielle (LMI), Université Badji Mokhtar,
BP 12, Annaba, 23000, Algérie.
Email : abdelkaderkallouche@yahoo.fr

1. INTRODUCTION

L'utilisation des matériaux composites dans les différentes industries : automobile, navale, aéronautique, ainsi que dans l'industrie du bâtiment, devient de plus en plus considérable. Cette tendance est principalement motivée par les propriétés spécifiques élevées de ces matériaux, notamment leur légèreté et leur résistance. Cependant, leur emploi nécessite une maîtrise de leur comportement mécanique plus particulièrement dans le domaine des vibrations. Cette maîtrise repose sur la connaissance de leurs caractéristiques dynamiques en termes de fréquences et modes propres. L'étude du comportement dynamique des structures isotropes a été réalisée par beaucoup de travaux en utilisant des méthodes analytiques, expérimentales et numériques [1-4]. Cependant, peu d'études sont consacrées aux vibrations des poutres renforcées par des matériaux composites. La solution exacte des vibrations libres de poutres composites stratifiées a été obtenue par Chandrashekhara et al [5] en utilisant la théorie de cisaillement-déformation de premier ordre. Volkan Kahya [6] a présenté la solution analytique approximative pour la réponse dynamique des poutres sandwich composite soumis à une masse en mouvement. Chaouche et al [7] ont présenté une étude expérimentale examinant l'effet de l'orientation des fibres ainsi que le rapport d'épaisseur sur les propriétés mécaniques d'une poutre composite. La théorie des poutres multicouches, a été utilisée par Lee et al [8] pour l'analyse vibratoire des poutres composites en utilisant la méthode des éléments finis. La théorie de cisaillement-déformation d'ordres supérieurs a été utilisée par Maiti et al [9]. Zibdeh et al [10] ont étudiés les vibrations d'une poutre composite simplement appuyée traversée sous chargement mobile. Hamada et al [11] ont étudiés les fréquences propres et des propriétés d'amortissement des poutres composites. Le renforcement des structures par des composites stratifiés représente l'une des meilleures solutions grâce aux performances mécaniques élevées des matériaux composite. Dans la réparation ou le renforcement des structures, particulièrement des poutres en béton armé, on utilise souvent les matériaux composites PRF (Polymère Renforcé de Fibres) sous forme de bande continue [12-15]. Pour l'analyse de poutre stratifiée composite on utilise différentes théories de poutres composites. La théorie des poutres multicouches a été utilisée dans [8] pour l'analyse vibratoire des poutres composites en utilisant la méthode des éléments finis. La théorie de cisaillement-déformation d'ordres supérieurs a été utilisée dans l'étude des vibrations des poutres composites [16]. Certains auteurs [17-20] traitent le problème des poutres composites stratifiées comme de poutres homogènes isotropes avec des propriétés équivalentes. Avec le développement technologique des techniques de mise en œuvre et la disponibilité des composites à haut module et des adhésifs de qualité, les matériaux composites offrent une alternative prometteuse dans la réhabilitation des structures métalliques [21-25]. Ce travail porte sur l'étude des vibrations transversales des poutres stratifiées composites symétriques. Les équations du mouvement libre non amorti sont établies et les fréquences propres de vibration sont déterminées en tenant compte des différentes configurations du composite tels que les conditions aux limites et l'orientation des fibres. La résolution de l'équation différentielle du mouvement est obtenue en utilisant la méthode modale et l'intégrale de Duhamel. L'originalité de ce travail réside dans le calcul et l'analyse des vibrations libres des poutres en matériaux composites avec différentes configurations dans le domaine de conception et optimisation des structures.

2. APPROCHE ANALYTIQUE

Dans cette étude, trois types de poutres une isotrope en acier et deux autre en matériau composite multicouche sur deux appuis simples (Figure 1) sont utilisées pour l'étude des vibrations libres des poutres composites. La poutre considérée est de longueur $L = 0.5\text{m}$, de largeur $b = 0.02\text{m}$ et de hauteur $2H = 0.01\text{m}$.

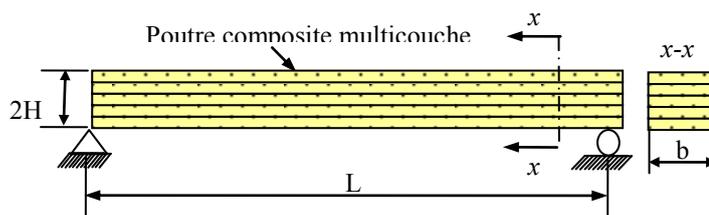


Figure 1. Poutre en composites multicouches

L'analyse vibratoire libre de la poutre composite est établie en considérant l'hypothèse Euler-Bernoulli.

L'équation dynamique du mouvement libre d'une poutre multicouche homogénéisée, peut être exprimée en fonction des propriétés physicomécaniques équivalentes en utilisant l'approche d'homogénéisation :

$$(E_{xx}I)_{eq} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_l)_{eq} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

où $m_l = \rho A$

Le paramètre d'équivalence $(E_{xx}I)_{eq}$, est déterminé en supposant un collage parfait au niveau des différentes interfaces d'après :

$$E_{xx}I = \frac{2b}{3} [E_c h^3 + E_f (H^3 - h^3)] \tag{2}$$

Où E_c et E_f sont respectivement le module d'élasticité du cœur et celui des faces de la poutre.

Le module d'élasticité des faces, E_f le long de l'axe de la poutre est exprimé comme suit :

$$\frac{1}{E_f} = \frac{1}{E_{11}} \cos^4 \theta + \frac{1}{E_{22}} \sin^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - 2 \frac{\nu_{12}}{E_{11}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \tag{3}$$

où E_{11}, E_{22}, G_{12} et ν_{12} sont les propriétés mécaniques le long des directions des stratifiés.

L'angle θ représente l'orientation des fibres composites.

A partir de l'équation (1), les pulsations propres ω_i sont :

$$\omega_i = \left(\frac{i \times \pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{E_{xx}I}{m_l}} \quad \text{avec } i = 1, 2, 3, \dots \tag{4}$$

Les modes propres sont comme suit :

$$N_i(x) = \sqrt{\frac{2}{m_l L}} \sin(\lambda_i x) = \sqrt{\frac{2}{m_l L}} \sin\left(\frac{i \times \pi}{L} x\right) \tag{5}$$

Trois types de poutres sont utilisés dans ce travail. Le premier est une poutre isotrope en acier et les deux autres modèles de poutres composites sont en verre/époxyde et carbone/époxyde. Ces deux modèles poutres composites sont à quatre couches composites stratifiées avec différentes orientations [0/0/0/0], [0/45/0/45], [0/45/-45/90] et [45/90/0/-45]. Les propriétés mécaniques de l'acier sont données dans le tableau 1.

Tableau 1. Propriétés mécaniques de l'acier

Matériau	ρ (kg/m ³)	E (GPa)	ν
Acier	7800	206	0.3

ρ , E et ν sont respectivement la masse volumique, le module d'élasticité et le coefficient de poisson de l'acier. Les propriétés mécaniques des deux matériaux composites carbone/époxyde et Verre/Epoxyde sont données dans le tableau 2.

Tableau 2. Propriétés mécaniques des matériaux composites

Matériau	ρ (kg/m ³)	E_x (GPa)	$E_y = E_z$ (GPa)	G_{xz} (GPa)	$G_{xy} = G_{yz}$ (GPa)	ν_{xy}	$\nu_{yz} = \nu_{xz}$
carbone/époxyde	1580	147	9	0.3	5	0.3	0.4
Verre/Epoxyde	2100	17	17	5	5	0.2	0.4

Avec ρ , E_x , $E_y = E_z$, G_{xz} , $G_{xy} = G_{yz}$, ν_{xy} et $\nu_{yz} = \nu_{xz}$ représentant respectivement, la masse volumique, les modules d'Young, les modules de cisaillement et les coefficients de poisson.

1. ANALYSE NUMERIQUE PAR ELEMENTS FINIS

Le modèle global d'analyse vibratoire par la méthode des éléments finis de la structure a été présenté par la Figure 2. Dans le cas de l'analyse par éléments finis, plus le maillage était dense, plus le résultat de calcul était précis. En raison de la complexité et d'anisotropie des matériaux composites, plus les éléments étaient denses, ce qui a entraîné le résultat de la non-convergence. Par conséquent, la densité des mailles doit être divisée de manière appropriée. Une petite taille de maillage augmenterait le nombre d'éléments, un long temps de calcul et une difficulté possible de convergence. Des éléments solides 3D sont adoptés dans cet article pour la modélisation des poutres composites.

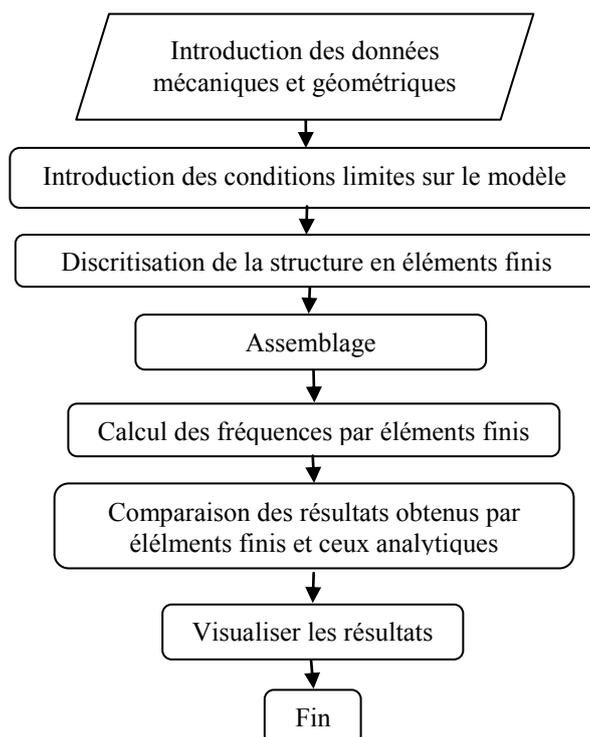


Figure 2. Modèle global d'analyse vibratoire par la méthode des éléments finis

Les étapes de la modélisation par la méthode des éléments finis sont présentées sur la figure 3. L'outil de calcul Abaqus CAE est divisé en unités fonctionnelles appelées modules. Chaque module contient un ensemble d'outils propres à chaque tâche de modélisation.

1. Le module **Part** permet de créer tous les objets géométriques nécessaires à notre problème.
2. Le module **Property** permet, comme son nom l'indique, de définir toutes les propriétés d'un objet géométrique ou d'une partie de ces objets.
3. Le module **Assembly** permet d'assembler les différents objets géométriques créés dans un même repère de coordonnées globales. Le module Step permet de définir toutes les étapes et les requêtes pour le post traitement, c'est à dire le moment (temps) à partir duquel une force est appliquée et jusqu'à quand, il est aussi possible de créer des forces ou des conditions limites qui s'activent à des moments donnés.
4. Le module **Mesh** contient tous les outils nécessaires pour générer un maillage élément fini sur un assemblage.
5. Le module **Job** est utilisé pour analyser ce modèle. Abaqus va alors réaliser tous les calculs nécessaires et en tirer des résultats.

6. Le module **Visualisation** permet de visualiser le modèle et les résultats ainsi que les courbes de charges et les déformations.

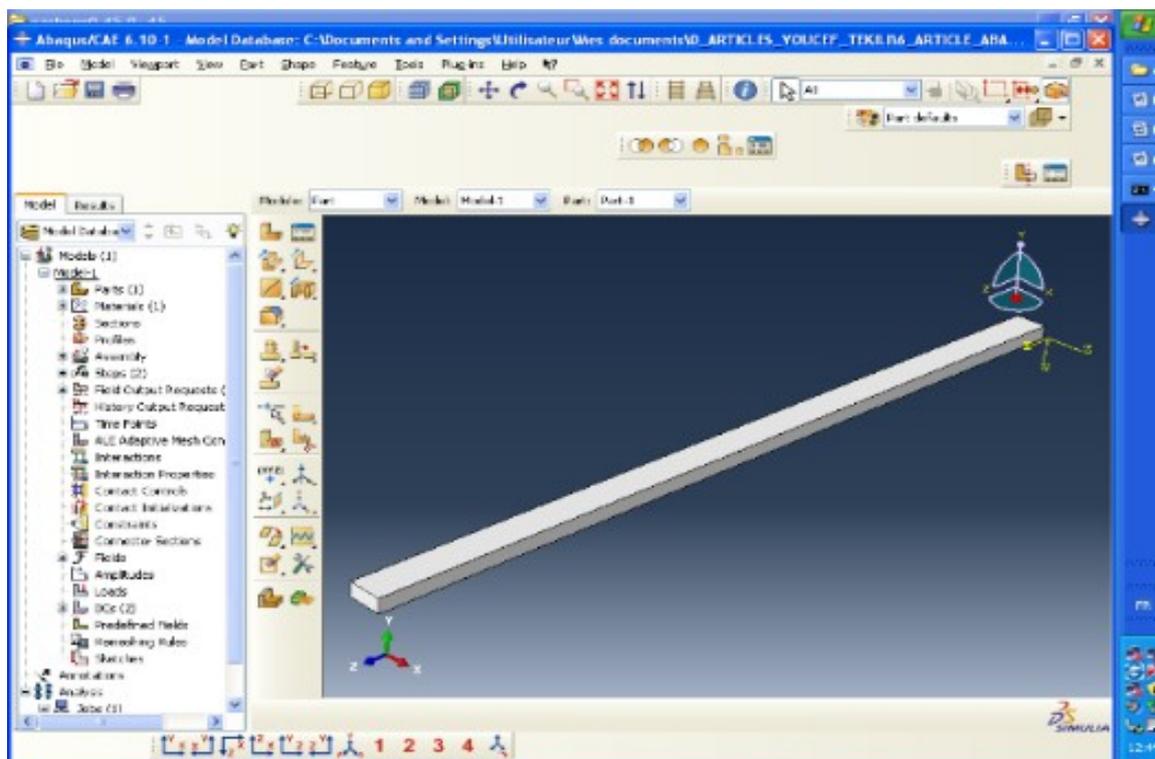


Figure 3. Simulation numérique par éléments finis Abaqus

La simulation numérique est effectuée pour une poutre en composite dans une configuration appui simple/simple.

2. RESULTATS ET ANALYSE

Les résultats obtenus de la méthode analytique sont comparés avec ceux obtenus par l'approche numérique. Pour notre cas, les quatre premiers modes propres des poutres sont considérés. Les résultats analytiques et numériques pour les quatre premiers modes en flexion sont donnés dans le tableau 3. Nous constatons une différence entre les résultats analytiques et ceux obtenus par éléments finis. La différence devient de plus en plus importante lorsque la fréquence augmente. Ceci est associé à la variation des propriétés mécaniques en fonction de la fréquence.

Tableau 3. Comparaison entre les résultats analytiques et numériques

Fréquences propres (Hz)	Analytique	Numérique (Abaqus)	Erreur
f_1	93.3	80.756	0.1345
f_2	373.2	321.43	0.13 87
f_3	839.7	715.95	0.1473
f_4	1492.8	1200.40	0.1958

Les résultats obtenus de la solution analytique sont comparés avec ceux obtenus par éléments finis (Abaqus). Les quatre premiers modes de la poutre en acier sont donnés sur la figure 4. On peut remarquer sur la figure 4 que la poutre en acier montre principalement des modes de flexion. Du premier mode au quatrième mode, on a pu constater que la position de forte valeur d'amplitude de la poutre en acier s'étendait du centre aux deux extrémités.

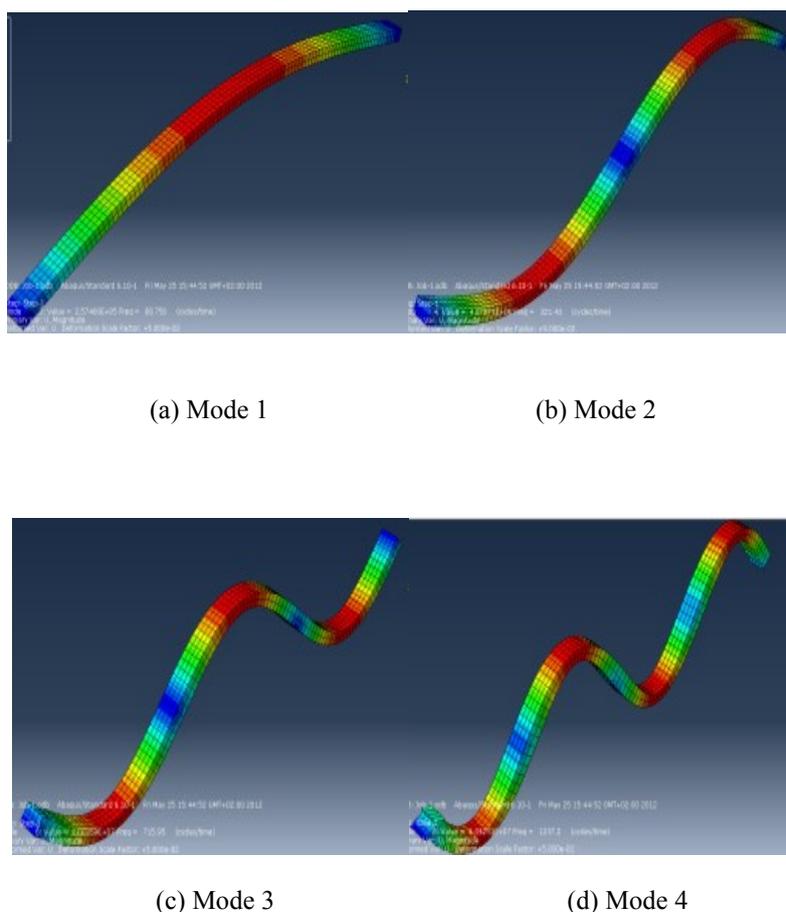


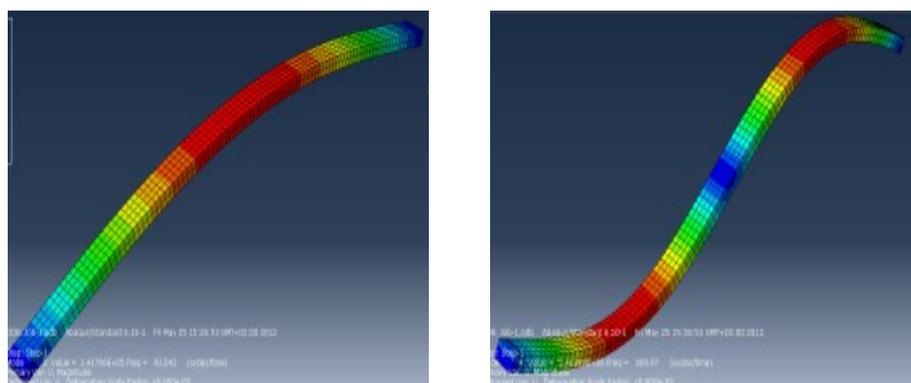
Figure 4. Modes propres de la poutre en acier

Les résultats des fréquences propres des trois poutres : poutre en acier, en composite carbone/époxyde et en composite verre/époxyde déterminés par la méthode des éléments finis sont donnés dans le tableau 4.

Tableau 4. Comparaison entre l’acier et les composites

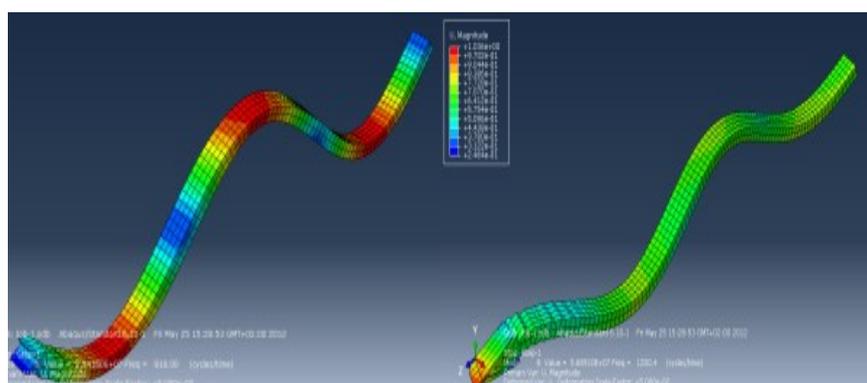
Fréquence Propre(Hz)	Acier	Carbone/Epoxyde[0/45/-45/90]	Verre/Epoxyde[0/45/-45/90]
f_1	80.756	93.043	42.936
f_2	321.43	369.97	170.89
f_3	715.95	818.00	380.57
f_4	1200.4	1237.20	655.70

Il est à remarquer que les fréquences propres les plus élevées sont celles du composite carbone/époxyde suivi par celle de l’acier, puis par celle du composite verre/époxyde. Il est à constater aussi que cette dernière a des fréquences très basses (approximativement la moitié) par rapport à celles des deux autres. De ces résultats on peut tirer bien évidemment que les fréquences propres dépendent des propriétés mécaniques de la poutre. Les quatre premiers modes propres de la poutre composite carbone/époxyde sont donnés par la figure 5.



(a) Mode 1

(b) Mode 2

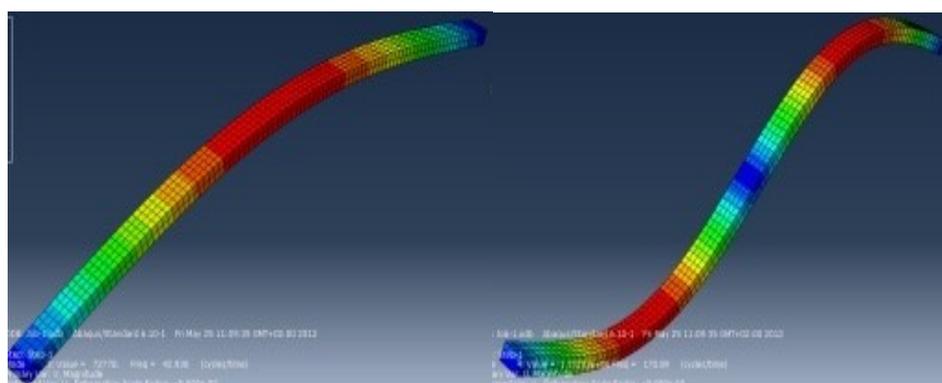


(c) Mode 3

(d) Mode 4

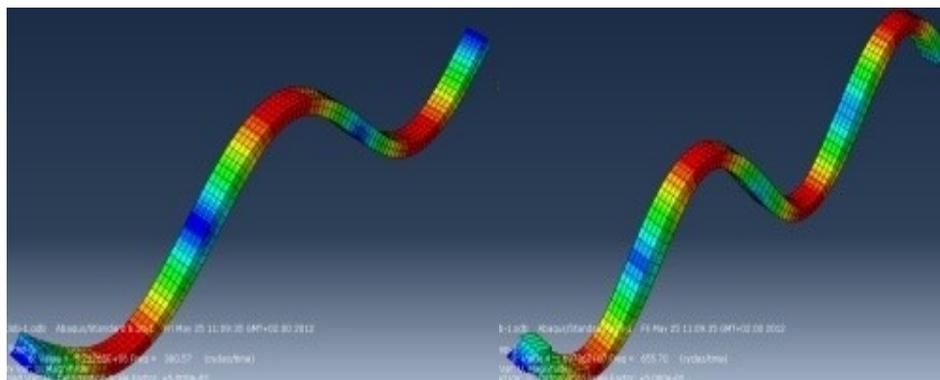
Figure 5. Modes propres de la poutre en composite carbone/époxyde

Les quatre premiers modes propres de la poutre en composite verre/époxyde sont donnés par la figure 6.



(a) Mode 1

(b) Mode 2



(c) Mode 3

(d) Mode 4

Figure 6. Modes propres de la poutre en composite Verre/Epoxyde

Il faut signaler que les basses fréquences engendrent des grandes amplitudes lorsqu'elles sont proches aux fréquences de la résonance. Le tableau 5 présente les résultats des poutres à quatre couches composites stratifiées avec différentes orientations. Quatre différents types d'empilement des couches composites sont considérés : [0/45/-45/90], [45/90/0/-45], [0/45/ 0/45] et [0/0/0/0]. Tout d'abord il est à constater que les fréquences sont presque les mêmes pour les deux premiers types d'empilement [0/45/-45/90] et [45/90/0/-45]. Ainsi, la séquence d'empilement n'a presque aucun effet sur les fréquences propres. La plus grande fréquence est obtenue pour le cas d'empilement [0/0/0/0] et la plus faible pour l'orientation [45/90/0/-45].

Tableau 5. Matériau composite carbone/époxyde à différentes orientations.

Fréquence Propre(Hz)	[0/45/-45/90]	[45/90/0/-45]	[0/45/ 0/45]	[0/0/0/0]
f_1	42.936	42.936	42.931	44.987
f_2	170.89	170.89	170.87	179.00
f_3	380.57	380.57	380.53	398.89
f_4	655.70	655.72	655.64	684.80

3. CONCLUSION

L'analyse des vibrations libres des poutres composites multicouche a été réalisée par la méthode analytique et la simulation numérique à l'aide du logiciel d'éléments finis (MEF) Abaqus. Le comportement en vibration des poutres en flexion a été étudié dans le cas d'une poutre sur deux appuis simples. Les résultats obtenus de la solution analytique sont comparés avec ceux obtenus par éléments finis (Abaqus). Les fréquences propres les plus élevées sont obtenues pour le composite carbone/époxyde. Les fréquences propres dépendent des propriétés mécaniques de la poutre. La configuration avec une orientation [0/0/0/0] permet d'obtenir les plus grandes valeurs de fréquences propres. Les résultats obtenus ont mis en évidence la variation des propriétés mécaniques en fonction de la fréquence. Les résultats obtenus montrent aussi que le type d'empilement a un effet sur les fréquences et sur les modes propres.

REFERENCES

[1] Fryba L., 1999, Vibration of solids and structures under moving loads, Third edition, Thomas Telford.
 [2] Biggs, J.M., 1964, Introduction to structural dynamics. New York (NY, USA): McGraw-Hill.
 [3] Clough R.W., Penzien J., 1993, Dynamics of structures, McGraw-Hill, New York, USA.

- [4] Abu-Hilal M. & Zibdeh H. S. 2000. Vibration Analysis of Beams With General Boundary Conditions Traversed By a Moving Force, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 229 (2), 377–388.
- [5] Chandrashekhara K., Krishnamurthy K., & Roy S., 1990, Free vibration of composite beams including rotary inertia and shear deformation, *Composite Structures*, Vol. 14(4), 269-279.
- [6] Volkan K., Ayman S., Mosallam. 2011. Dynamic analysis of composite sandwich beams under moving mass, *Journal of Engineering Sciences*, 14 (1) 41–4.
- [7] Chaouche M., Merzoug B. & Bezazi A. 2012. The Flexural Behavior Study of Composites Material in Static Three-Point Bending Test, *Advanced Materials Research*, 463-464.
- [8] Lee Ch., Liu D. & Lu X., 1992. Static and vibration analysis of laminated composite beams with an interlaminar shear stress continuity theory, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 33, 409-424.
- [9] Maiti K. D. & Sinha P. K. 1994. Bending and free vibration analysis of shear deformable laminated composite beams by finite element method, *Composites Structures*, Vol. 29(4) 421-431.
- [10] Zibdeh, H.S. & Abu-Hilal M., 2003. Stochastic vibration of laminated composite coated beam traversed by a random moving load, *Engineering structures*, Vol. 25, pp.397-404.
- [11] Hamada A. 2003 Vibration and damping analysis of beams with composite coats, *Composite Structures*, Vol.32, pp. 33-38.
- [12] Grace N.F. , Sayed G.A. , Soliman A.K. & Saleh K.R., 1999, Strengthening Reinforced Concrete Beams Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Laminates, *Structural Journal*, Vol. 96, 5, pp 865-875.
- [13] Jariwala V.H., Patel P.V. & Sharadkumar P. P., 2013, Strengthening of RC Beams Subjected to Combined Torsion and Bending with GFRP Composites, *Procedia Engineering*, Volume 51, pp.282-289.
- [14] Shraddha B. T. & Vijaykumar R. R., 2016, Comparative Experimental Study on Torsional Behavior of RC Beam Using CFRP and GFRP Fabric Wrapping, *Procedia Technology*, Volume 24, pp. 140–147
- [15] Shamim A. S., 2002, Performance of concrete structures retrofitted with fibre reinforced polymers, *Engineering Structures* 24, pp. 869–879.
- [16] Maiti K.D. & Sinha P.K., 1994, “Bending and free vibration analysis of shear deformable laminated composite beams by finite element method,” *Compos. Struct.*, 29, No. 4, 421-431.
- [17] Jones R. M., 1975, *Mechanics of Composite Materials*. Script a Book Co., Washington.
- [18] Vinson JR & Sierakowski R.L., 1989, *The behavior of structures composed of composite materials*. Dordrecht, the Netherlands: MartinusNijhoff.
- [19] Berthelot J.M. , *Dynamic of composite materials and structures*, ISMANS, Institute for Advanced Materials and Mechanics, Le Mans, France, 2010.
- [20] Hajianmaleki M & Qatu M. S., *Mechanics of composite beams*. In: Tesinova P, editor. *Advances in composite materials-analysis of naturally and man-made materials*. Croatia: In Tech Publishing.
- [21] Moy S.S.J., 2001, *Guidelines FRP Composites: Life extension and strengthening of metallic structures: ICE design and practice guide*, Thomas Telford.
- [22] Photiou N.K. & Hollaway L.C., Chryssanthopoulos M.K., 2006, Strengthening of an artificially degraded steel beam utilising a carbon/glass composite systems, *Construction and Building Materials*, vol. 20, pp. 11-21
- [23] Si Larbi A., Ferrier E., Jurkiewicz B. & Hamelin P., 2007, « Static behaviour of steel concrete beam connected by bonding, *Engineering structures*, vol. 29, pp. 1034-1042
- [24] Schnerch D., Dawood M., Rizkalla S. & Sumner E., Proposed design guidelines for strengthening of steel bridges with FRP materials », *Construction and building materials*, vol. 21, 2007, p. 1001-1010.
- [25] Cadei J.M.C., Stratford T.J., Hollaway L.C. & Duckett W.G., 2004, *Strengthening metallic structures using externally bonded fibre-reinforced polymers (C595)*. CIRIA Design Guide, London, ISBN 0-86017-595-2.