

INFLUENCE DE LA RIGIDITE SUR LE COMPORTEMENT DES SYSTEMES A VIBRATION ALEATOIRE.

R. LAISSAOUI, L. KHERREDINE, A. MERABTINE, S. GOUASMI & N.E. ZEGHIB

Laboratoire de Mécanique des Matériaux et Mainténances Industrielles
 Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences de L'ingénieur
 Université badji-mokhtar annaba

RESUME

En général les caractéristiques mécaniques jouent un rôle majeur lors de l'analyse dynamique d'une conception ou d'une maintenance des systèmes mécaniques sur leurs comportements dynamiques. Dans le cadre de cette communication, la variation de la rigidité qui est elle-même fonction du type de matériau et de la géométrie de la section, nous permet l'optimisation de la réponse d'un système a vibration aléatoire.

Le système mécanique considéré étant une plateforme soumise à une excitation transitoire. Le modèle mathématique est un système à un, ou deux degrés de liberté respectivement s'il s'agit d'une conception ou d'une maintenance.

De tels modèles mathématiques sont seulement une idéalisation des structures réelles. Mais ces modèles mathématiques peuvent nous permettre d'avoir une bonne compréhension du comportement du

système. Du point de vu pratique les informations acquises par l'analyse du modèle mathématique peuvent être suffisantes pour une compréhension adéquate du comportement dynamique du système réel, et qui incluent la conception et les exigences de sécurités.

GENERALITES

La réponse du système à un degré de liberté soumise à une excitation transitoire est examinée dans cette communication. La méthode utilisée est parfaitement générale. La force excitatrice, à titre d'exemple, est montrée sur la figure 1.

La méthode de l'intégral de Duhamel_[1] est utilisée pour la détermination de la réponse du système sous l'action d'une excitation dynamique générale, basée sur le principe de superposition et elle est seulement valable pour les systèmes linéaires.

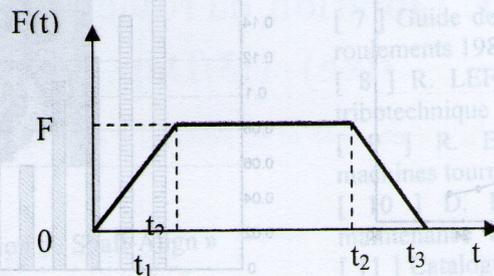


Figure 1 - La force excitatrice F(t)

Modèle mathématique de F(t).

$$F(t) = \begin{cases} \frac{F_0}{t_1} t & 0 \leq t \leq t_1 \\ F_0 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \frac{F_0}{t_2 - t_3} (t - t_3) & t_2 \leq t \leq t_3 \end{cases}$$

L'intégrale de Duhamel [1] pour un système à un degré de liberté a une force transitoire amortie.

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_a} \int_0^t F(\tau) \cdot e^{-\lambda \omega(t-\tau)} \sin \omega_a(t-\tau) \cdot d\tau \quad [1]$$

Phase I: $0 \leq t \leq t_1$

$$x_1(t) = \frac{1}{m\omega_a} \int_0^t F(\tau) \cdot e^{-\lambda \omega(t-\tau)} \sin \omega_a(t-\tau) \cdot d\tau$$

$$x_1(t) = \frac{F_0}{Kt_1} \left[t_1 \cos \omega_a(t-t_1) + \frac{e^{-\lambda \omega(t-t_1)}}{\omega_a(1+\lambda^2 B^2)} \left[\left(1+t_1 + \frac{2\lambda B}{(1+\lambda^2 B^2)\omega_a} \right) \sin \omega_a(t-t_1) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_1) \right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\omega_a} \cos \omega_a(t-t_1) \right] - \frac{e^{-\lambda \omega t}}{(1+\lambda^2 B^2)} \left[\left(1 + \frac{2\lambda B}{(1+\lambda^2 B^2)} \right) \sin \omega_a(t) - \lambda B \cos \omega_a(t) \right] + \frac{1}{\omega_a} \cos \omega_a(t-t_1)$$

Phase II: $t_1 \leq t \leq t_2$

$$x_2(t) = \frac{F_0}{m\omega_a(t_2-t_1)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\lambda \omega x} \sin \omega_a x \cdot dx$$

$$X_2(t) = F/K(t_2-t_1) \left[\left[e^{-\lambda \omega(t-t_2)} \cos \omega_a(t-t_2) + \lambda B e^{-\lambda \omega(t-t_2)} / (1+\lambda^2 B^2) (\sin \omega_a(t-t_2) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_2)) \right] - \left[e^{-\lambda \omega(t-t_1)} \cos \omega_a(t-t_1) + \lambda B e^{-\lambda \omega(t-t_1)} / (1+\lambda^2 B^2) (\sin \omega_a(t-t_1) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_1)) \right] \right]$$

Phase III: $t_2 \leq t \leq t_3$

$$X_3(t) = F_0/m\omega_a(t_3-t_2) \int_{t_2}^{t_3} e^{-\lambda \omega(t-\tau)} \sin \omega_a(t-\tau) \cdot d\tau - \tau e^{-\lambda \omega(t-t_2)} \sin \omega_a(t-\tau) \cdot d\tau$$

$$X_3(t) = F/k(t_3-t_2) \left[-t_3 \left[\left(e^{-\lambda \omega(t-t_3)} \cos \omega_a(t-t_3) - \lambda B e^{-\lambda \omega(t-t_3)} / (1+\lambda^2 B^2) (\sin \omega_a(t-t_3) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_3)) \right) - \left(e^{-\lambda \omega(t-t_2)} \cos \omega_a(t-t_2) - \lambda B e^{-\lambda \omega(t-t_2)} / (1+\lambda^2 B^2) (\sin \omega_a(t-t_2) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_2)) \right) \right] - \left(e^{-\lambda \omega(t-t_3)} / (1+\lambda^2 B^2) - ((-t_3 + 2\lambda B / (1+\lambda^2 B^2)\omega_a) (\sin \omega_a(t-t_3) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_3) + 1/\omega_a \cos \omega_a(t-t_3))) \right) - \left(e^{-\lambda \omega(t-t_2)} / (1+\lambda^2 B^2) - ((-t_2 + 2\lambda B / (1+\lambda^2 B^2)\omega_a) (\sin \omega_a(t-t_2) - \lambda B \cos \omega_a(t-t_2) + 1/\omega_a \cos \omega_a(t-t_2))) \right) \right]$$

INFLUENCE DE LA RIGIDITE SUR LE COMPORTEMENT DES SYSTEMES A VIBRATION ALEATOIRE.

R. LAISSAOUT, L. KHERREFF, A. MERABTI, S. SMAILI, N. ZEGHOU
 F(t) P=68.04KN

Exemple d'application

Une plate-forme soumise a une force excitatrice transitoire F(t)

$$K = 3E(2I)/L^3 \quad [4]$$

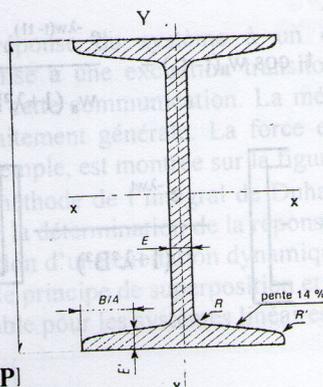
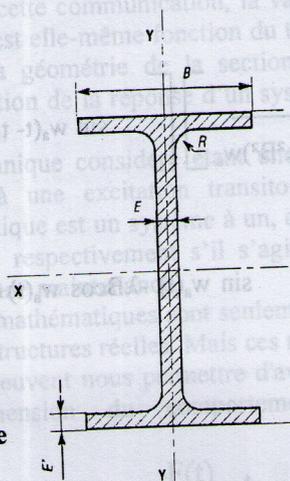
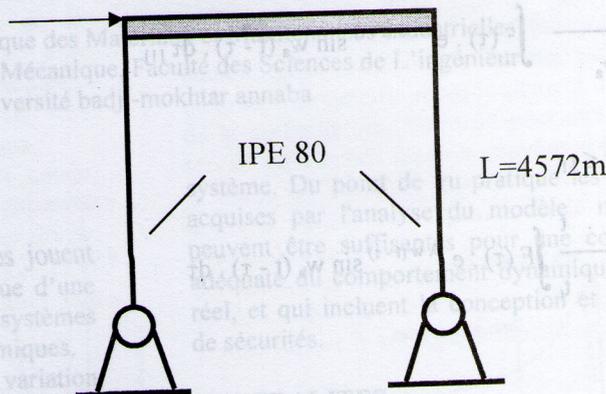


Tableau I : $E = 6.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^4$; $m = 6804 \text{ kg}$; $L = 4572 \text{ mm}$
 $\omega_f = 5.3 \text{ rad/s}$; $\lambda = 0.05$

Figure	Type de profilé	I_x	I_y	K_x	K_y
Figure 1a et 1b	IPE 80	80.1	8.49	11075555,57	1173925,926
Figure 2a et 2b	IPE 100	171	15.9	23644444,44	2198518,519
Figure 3a et 3b	IPE 120	318	27.7	43970370,37	3830123,457
Figure 4a et 4b	IPN 80	77.8	6.29	10757530,86	869728,3951
Figure 5a et 5b	IPN 100	171	12.2	23644444,44	1686913,58
Figure 6a et 6b	IPN 120	328	21.5	45353086,42	2972839,506

FIGURES

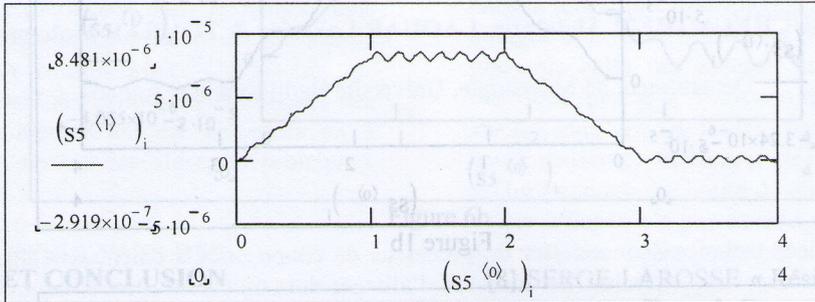


Figure 1a

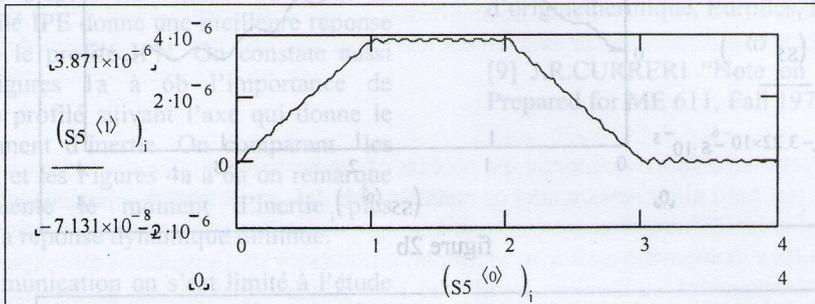


Figure 2a et 5a

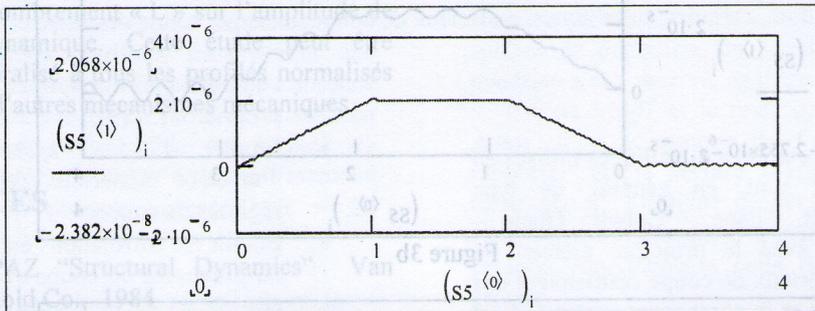


Figure 3a

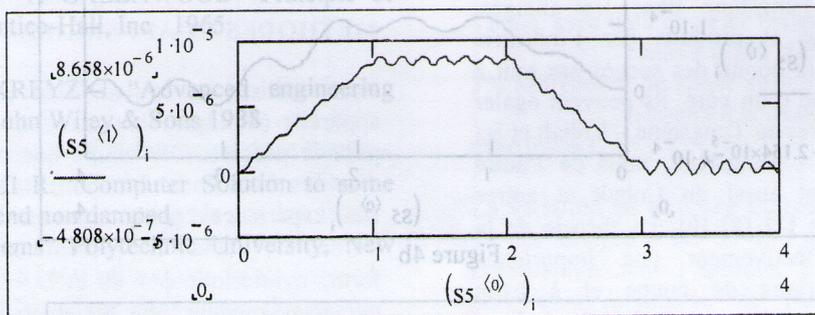


Figure 4a

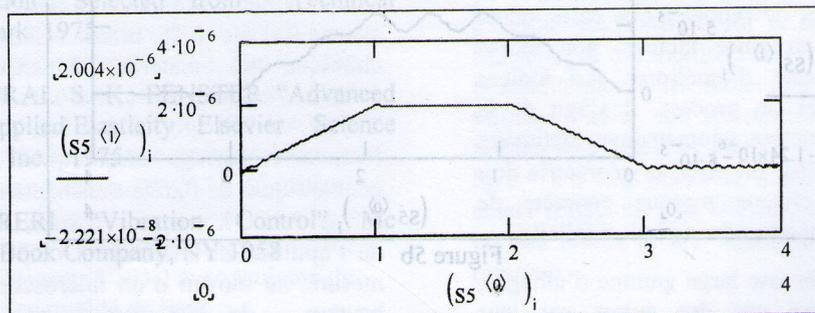
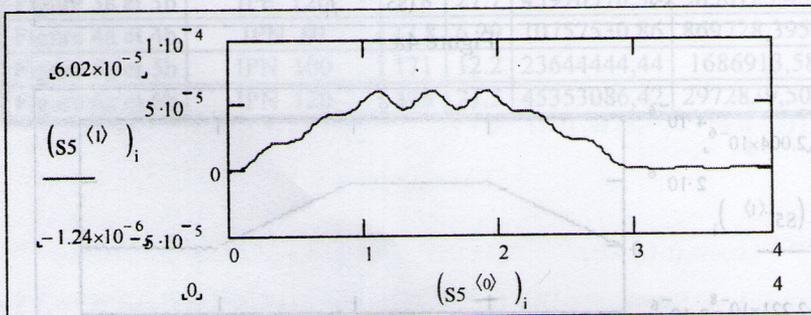
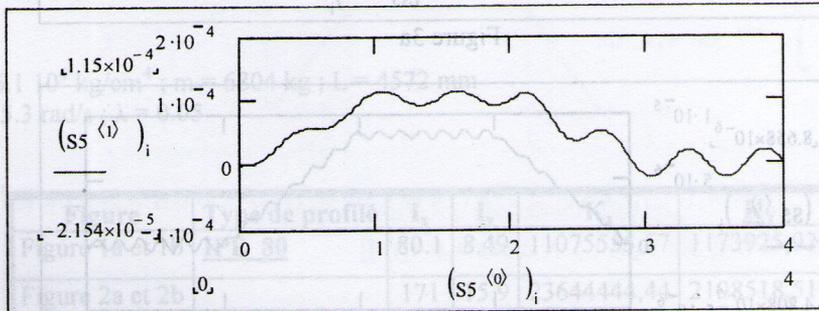
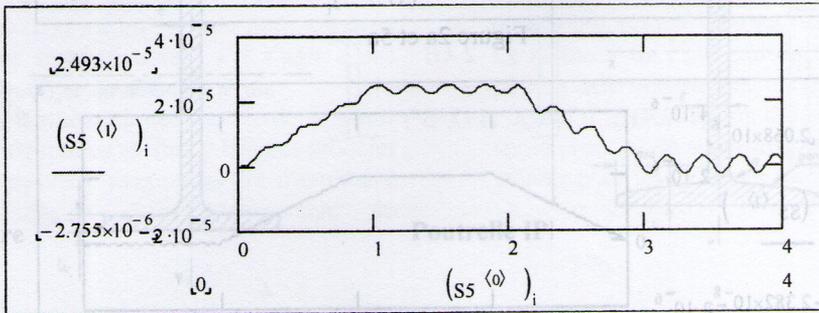
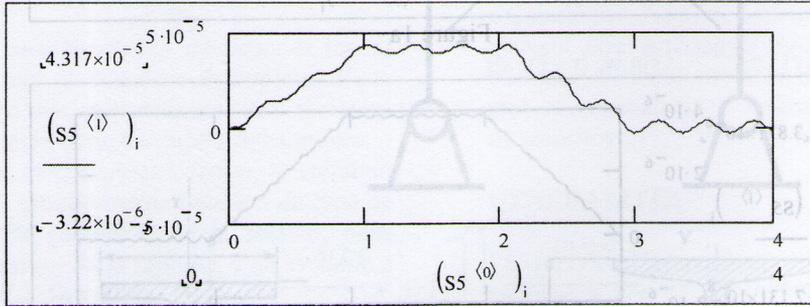
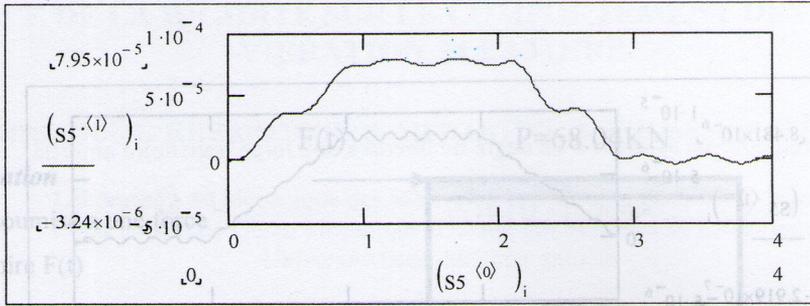


Figure 6a



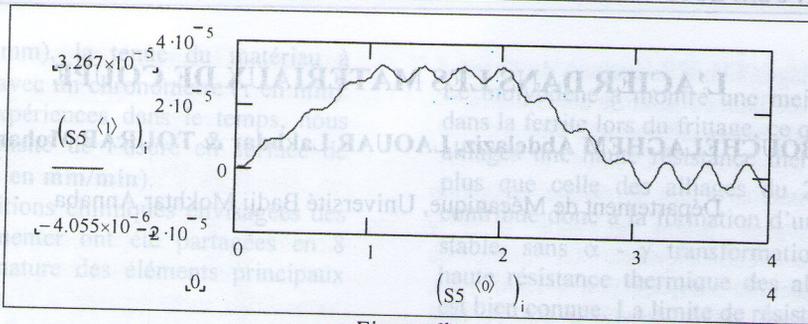


Figure 6b

DISCUSSION ET CONCLUSION

Il est clair que d'après les Figures 1a à 6a, en général, le profilé IPE donne une meilleure réponse dynamique que le profilé IPN. On constate aussi d'après les Figures 1a à 6b l'importance de l'orientation du profilé suivant l'axe qui donne le plus grand moment d'inertie. On comparant les Figures 1a à 3a et les Figures 4a à 6a on remarque plus on augmente le moment d'inertie plus l'amplitude de la réponse dynamique diminue.

Dans cette communication on s'est limité à l'étude du moment d'inertie « I », mais elle peut être élargie à l'étude de l'influence du module de Young « E » et à l'encombrement « L » sur l'amplitude de la réponse dynamique. Cette étude peut être également généralisé à tous les profilés normalisés ainsi que pour d'autres mécanismes mécaniques.

RÉFÉRENCES

[1] MARIO PAZ "Structural Dynamics" Van Nostrand Reinhold Co., 1984
 [2] DONALD T. GREENWOOD "Principle of Dynamics" Prentice-Hall, Inc 1965
 [3] ERWIN KREYZIG "Advanced engineering Mathematics" John Wiley & Sons 1988
 [4] LAISSAOUI R. "Computer Solution to some linear damped end non damped vibration problems" Polytechnic University, New York 1988
 [5] BRÛLE & KJAER "Non - linear systems and random vibration" Selected from Technical Review, Denmark 1975
 [6] A.C. UGURAL S. K. FENSTER "Advanced Strength and Applied Elasticity Elsevier Science Publishing Co., Inc. 1975
 [7] J.R.CURRERI "Vibration Control" Mc GRAW6HILL Book Company, NY 1958

[8] SERGE LAROSSE « Résistance des matériaux et structures » Tome 3, Dynamique des structures contraintes et déformations d'originethermique, Eurolles, Masson, Paris 1979

[9] J.R.CURRERI "Note on vibration" Brochure, Prepared for ME 611, Fall 1973