Recueil De Mécanique
Centre Universitaire
El Wancharissi de Tissemsilt

Research Paper *DOI : 10.5281/zenodo.1175024* *Open access*

Quantification of damage and fatigue life under random loading

Quantification de l'endommagement et de la durée de vie pour un chargement aléatoire.

Sahnoun ZENGAH[a,*], Ahmad YOUSEF[b], Fodhil KHELIL[a], Abdelkrim AID[a]

[a]*Labo. (LPQ3M), Université de Mascara, Algérie, B.P305, Route de Mamounia, Mascara, 29000-Algérie*

[b]*Technical Institute for Mechanical and Electrical Engineering, Dmascus University, Syria.*

ARTICLE INFO

Article history :

Received 07 January 18

Received in revised form 00 January 00

Accepted 00 February 00

Keywords:

Fatigue; random loading ; Lifetime; damage.

Mots clés:

Fatigue; chargement variable; Durée de vie; dommage.

ABSTRACT

The fatigue of components and structures under real stress is a very complex process that appears at the grain scale. The present work is to highlight a variable loading fatigue life prediction process using the Rain-flow cycle count method and cumulative damage models. Four damage cumulative models are retained and used to estimate the lifetime and to evaluate the indicator of the damage (D) namely: the model Miner, the model of the damaged stress "DSM", the theory unified and finally Henry's law.

The first step of the present study consists in the implementation of the organigram of all methods (Rainflow method coupled to the cumulative damage models) in a Matlab program and the second step is estimation of the lifetime and evaluation of the damage indication in the real-time to the studied structure.

RÉSUMÉ

La fatigue des composants et des structures sous sollicitations réelles, est un processus très complexe qui apparaît à l'échelle des grains. Le présent travail à pour but de mettre en évidence un processus de prévision de la durée de vie en fatigue sous chargement variable par le biais de la méthode de comptage de cycles Rainflow et des modèles de cumul de l'endommagement. Quatre modèles de cumul d'endommagement sont retenus et utilisés pour estimer la durée de vie et d'évaluer l'indicateur de l'endommagement (D) à savoir : le modèle Miner, le modèle de la contrainte endommagée « DSM », la théorie unifiée et enfin la loi d'Henry.

La première étape de la présente étude consiste en l'implémentation des organigrammes de toutes les méthodes (méthode Rainflow couplée aux modèles de cumul du dommage) dans un programme Matlab suivie par l'estimation de la durée de vie et l'évaluation de l'indication de l'endommagement à temps réel de la structure étudiée.

* *Corresponding author. Tel.: +213 560724445.*
E-mail address: zengahsahnoun@yahoo.fr

Recueil De Mécanique © 2017

1 Introduction

Les trois techniques couramment utilisées pour la prédiction de la durée de vie sont l'approche contrainte-durée de vie (σ-N), l'approche de la contrainte locale, et la mécanique de rupture élastique linéaire [1]. Les deux premières techniques sont similaires en ce qu'elles calculent les dommages causés par chaque cycle sur la base de données recueillies à partir d'essais d'amplitude constant (une méthode de comptage de cycles intervient dans le cas des chargements aléatoires). Ensuite, les dommages cumulatifs pour tous les cycles sont combinés avec une règle d'accumulation de dommages.

La méthode de comptage de cycles aléatoire et la procédure de l'évaluation et d'accumulation de l'endommagement sont indépendants les uns des autres.

Tout appariement des deux procédures produira la prédiction de durée de vie car tout modèle de prédiction de vie nécessite des informations sur les cycles extraits par la méthode de comptage. Par conséquent, l'indicateur de l'endommagement et le nombre de cycles à la rupture seront déterminés une fois le comptage du cycle effectué.

Étant donné que la procédure de comptage du cycle Rainflow est utilisée pour le comptage de cycles, elle est également utilisée pour la régénération du spectre de chargement. Cela est toutefois souhaitable, car la méthode Rainflow prédit, généralement, mieux les cycles dans les spectres que les méthodes de comptage [2-5]. Le choix approprié du modèle de prévision de vie à coupler avec le comptage du cycle Rainflow.

La procédure d'évaluation de l'endommagement et de prédiction de la durée de vie retenue dans ce travail est composée de :

- Comptage de cycles aléatoires par la méthode Rainflow.
- Evaluation de l'endommagement par les lois de cumul du dommage, à savoir : la loi de Miner, le modèle de la contrainte endommagée « DSM », la théorie unifiée et la loi de Henry).

Dans ce contexte, plusieurs lois ont été élaborées pour l'étude de ce phénomène parmi lesquelles on en distingue :

1.1 La loi de Miner [6]

Ce modèle est basé sur les trois hypothèses suivantes :

- le chargement est une fonction sinusoïdale dans le temps ;

- la totalité du travail absorbé par le matériau engendre sa rupture par fatigue ;

- l'amorçage de la fissure macroscopique est l'indicateur de la ruine du matériau.

Cette loi est exprimée par l'équation suivante :

$$D = \sum \frac{n_i}{N_{ri}} \tag{1}$$

1.2 La loi de Henry (H) [7]

Cette loi est basée sur la courbe de Wöhler d'un matériau pour un type sollicitation. Elle permet d'exprimer dommage total D_P dans le domaine des contraintes d'amplitude σ supérieure à la limite d'endurance σ_D à partir de l'expression suivante :

$$D_p = \frac{r_p \gamma_p \left(D_{p-1} + \gamma_p\right) + D_{p-1}.\gamma_p \left(1 + \gamma_p\right)}{\left(D_{p-1} + \gamma_p\right)\left(1 - r_p + \gamma_p\right) - D_{p-1}\left(1 + \gamma_p\right)} \tag{2}$$

Avec $$\gamma_p = \frac{\left(\sigma_p - \sigma_{D0}\right)}{\sigma_{D0}}$$

1.3 La théorie unifiée (TU) [8]

Elle permet de d'exprimer la variable du dommage en fonction de la réduction de la limite d'endurance du matériau à partir de l'expression suivante :

$$D = \frac{\sigma_{D0} - \sigma_D}{\sigma_{D0} - \sigma_{DR}} = \frac{\frac{n}{N_R}}{1 + \left(\frac{\sigma_D - \sigma_{D0} \left(\frac{\sigma}{R_m} \right)^m}{\sigma - \sigma_{D0}} \right) \left(1 - \frac{n}{N_R} \right)} \quad (3)$$

1.4 Le modèle D.S.M de la contrainte endommagée (DSM)

Ce modèle est détaillé dans [9, 10 et 11]. Les auteurs proposent et valident dans [9] un modèle de fatigue comme modèle de contrainte endommagée (DSM) dans lequel le dommage est calculé par la relation :

$$D_i = \frac{\sigma_{ed} - \sigma_i}{\sigma_{ult} - \sigma_i} \quad (4)$$

Ce modèle n'est pas trop dépondant des propriétés de la matière, mais il prend en compte l'histoire de chargement. Il est relié avec la courbe de Wöhler, cycle par cycle, où le dommage est calculé pour le cycle suivant par la relation:

$$D = \frac{\sigma_{equiv} - \sigma_{i+1}}{\sigma_{ult} - \sigma_{i+1}} \quad (5)$$

2 Le matériau et les méthodes utilisés

2.1 Caractérisation du matériau étudié

L'Aluminium 6082-T6 est étudié dans la présente étude. Il s'agit d'un alliage d'aluminium dont les caractéristiques mécaniques en traction monotone ont été déterminées sur des éprouvettes plates d'épaisseur 8mm. Les essais ont été conduits sur une machine hydraulique INSTRON 8500 de capacité ±100 KN. Le pilotage de la machine et l'acquisition des données sont assurées par un logiciel LABTEC. La géométrie et les dimensions de l'éprouvette utilisée pour les essais de traction sont représentées sur la fig.1.

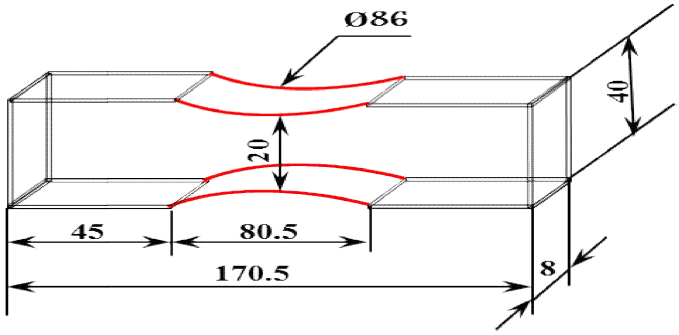

Fig.1— Géométrie et dimensions de l'éprouvette utilisée

Par ailleurs, l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation ainsi que les propriétés mécaniques du matériau étudié sont respectivement présentés sur la fig.2 et dans le tab.1.

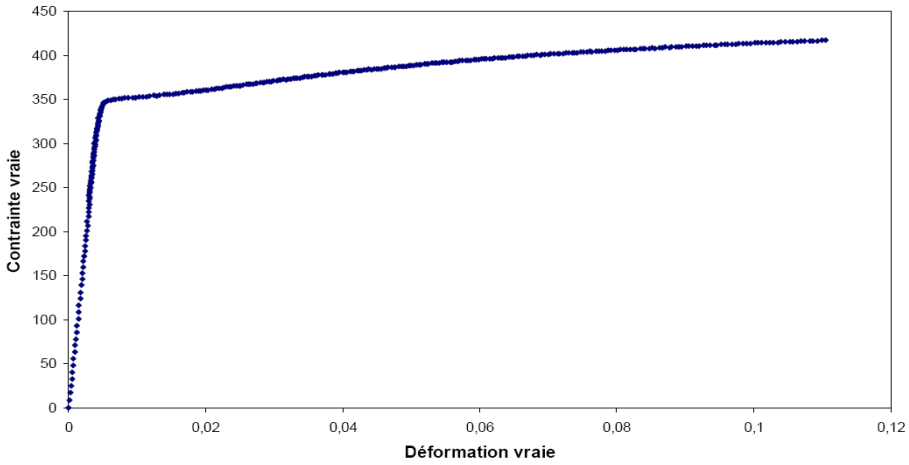

Fig.2— Représentation de loi de comportement de l'alliage d'aluminium [12]

Tableau 1— Les propriétés mécaniques de l'alliage d'aluminium 6082

Re (MPa)	Rm (MPa)	E (GPa)	K (MPa)	N	HV
347	370	73	496	0.08	110

Avec : Re est la limite d'élasticité; Rm est la résistance maximale en traction; E est le module de Young; K est le module d'écrouissage monotone; n est l'exposant d'écrouissage monotone; HV est la dureté Vickers.

Pour la détermination de la courbe S-N dite courbe de Wöhler, l'éprouvette est soumise à des chargements à amplitude constante dans le domaine élastique avec un rapport de chargement R = 0,1. Les résultats obtenus ont permis de tracer la courbe de Wöhler représentée sur la fig.3.

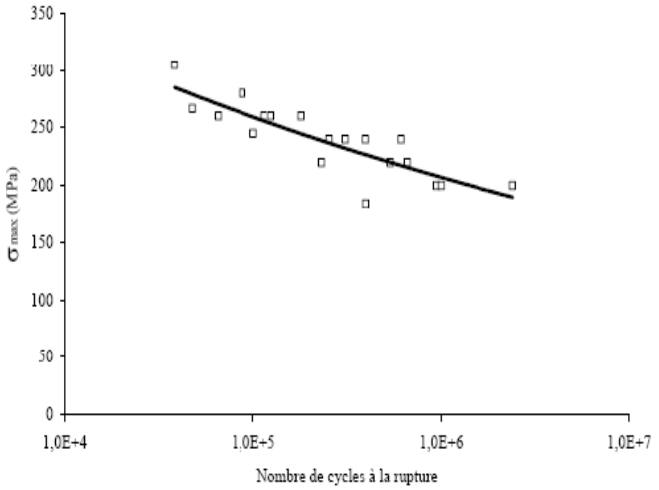

Fig.3— Courbe S-N de l'alliage d'aluminium avec un rapport R = 0.1 [12]

Le modèle de Basquin est utilisé pour le lissage des résultats d'essais de fatigue. L'expression du modèle de Basquin est de la forme: $\sigma = aN^b$, avec les constantes : (a=0,1757 b=-1396,5).

2.1 Chargement aléatoire

L'étude de chargements aléatoires nécessite un prétraitement par la méthode Rainflow du signal enregistré d'une manière à extraire les cycles de chargement. Un exemple d'un signal tracé dans le domaine de temps est représenté sur la fig.4.

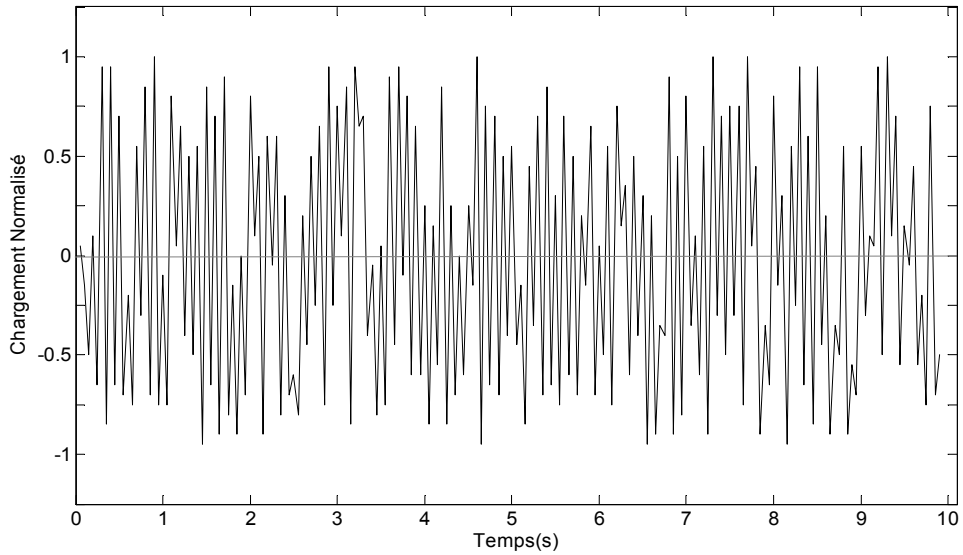

Fig.4 — Représentation du cycle de l'histoire de chargement aléatoire normalisé

3 Résultats et discussions

Le signal de la fig.4 est translaté entre les deux valeurs de contrainte choisie en variant leur valeur moyenne et son amplitude. En outre, la figure 5 représente la densité de distribution des cycles.

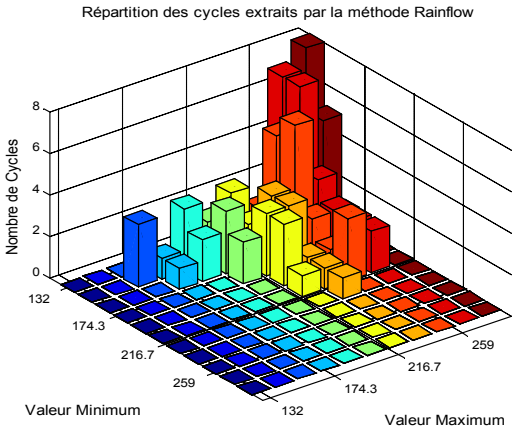

Fig. 5— Répartition suivant les valeurs maximale et minimale d'arrivée des cycles extraits d'un comptage Rain-flow

Les résultats de la prédiction des durées de vie effectuées dans la présente étude par les différents modèles (Miner, DSM, Henry et Théorie Unifiée(TU)) sous chargement aléatoire dans les conditions ci-dessus et pour des cycles comptés par la méthode de Rainflow sont comparés avec les résultats expérimentaux rapportés dans [12].

L'erreur relative de prévision (ERP) des prédictions des modèles par rapport aux résultats expérimentaux est utilisée pour 1'évaluation des performances des lois.

Si 1'erreur relative ERP de la prévision d'une loi d'endommagement est inférieure à 20% en valeur absolue, elle est considérée comme bonne prédiction et peut être utilisée par les bureaux d'études. Cette valeur de 20% tient compte des erreurs systématiques ou accidentelles pouvant provenir des mesures de certains paramètres à partir des courbes.

Une loi est dite conservative si ERP (%) > 0. Dans ce cas, les valeurs des prévisions sont inférieures aux valeurs expérimentales. Pour le Bureau d'études, la loi assure une certaine sécurité mais elle conduit au surdimensionnement des pièces. Par ailleurs, la loi est dite non conservative si ERP (%) < 0. Dans ce cas, les valeurs des prévisions sont supérieures aux valeurs expérimentales et loi ne garantit pas la sécurité, ce qui peut s'avérer très pénalisant pour la pérennité des structures calculées.

3.1 Comparaison entre les erreurs des quatre modèles

Les comparaisons entre les erreurs EPR obtenues par les différents modèles pour les différents nombres de classes sont rapportées sur les figures 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12.

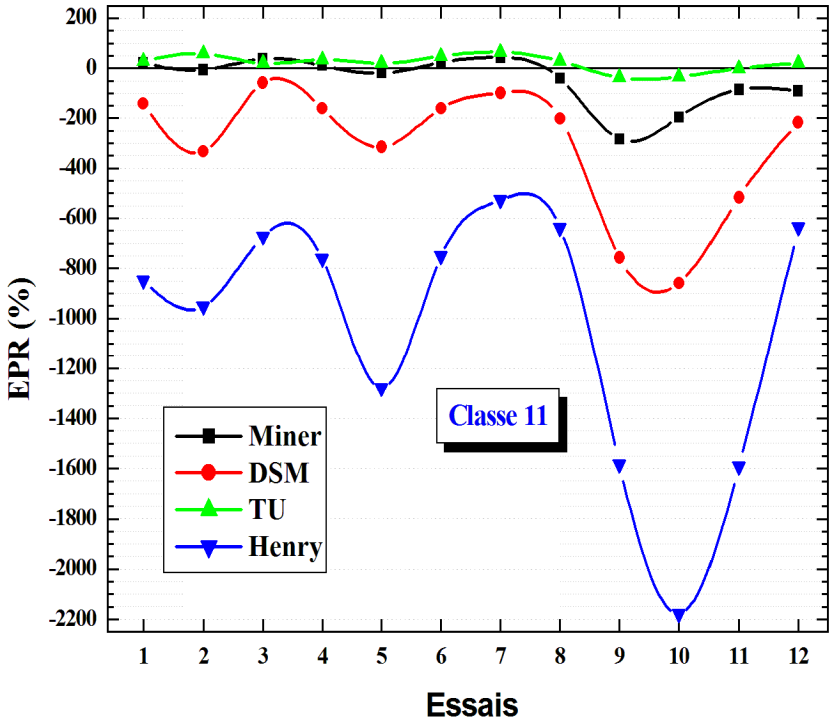

Fig.6—Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 11.

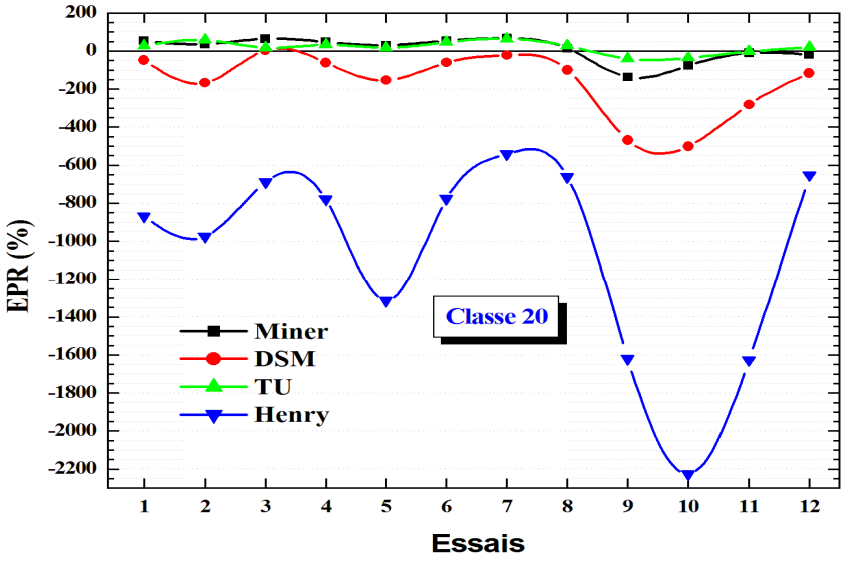

Fig.7 — Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 20.

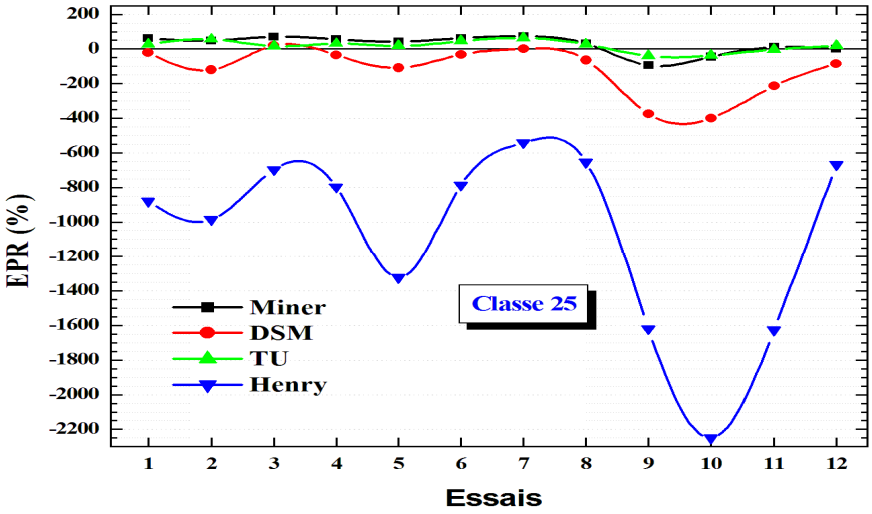

Fig.8 — Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 25.

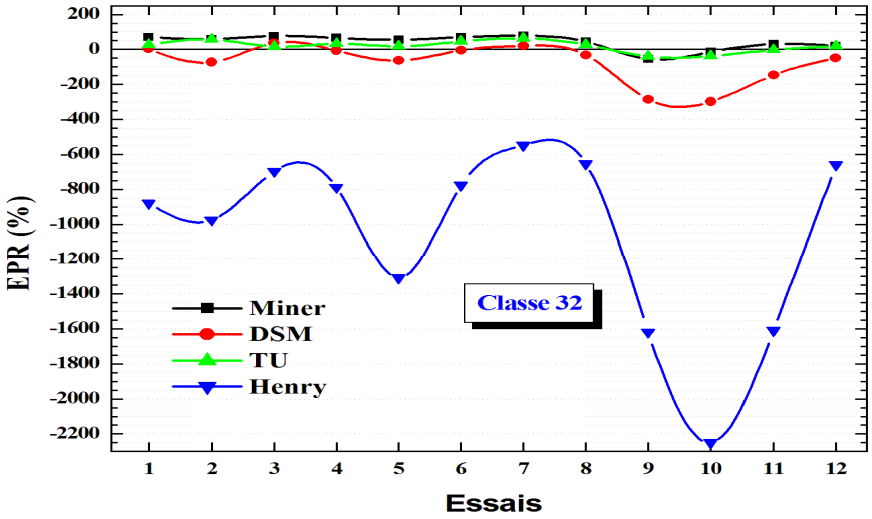

Fig.9 — Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour nombre de classes égal à 32.

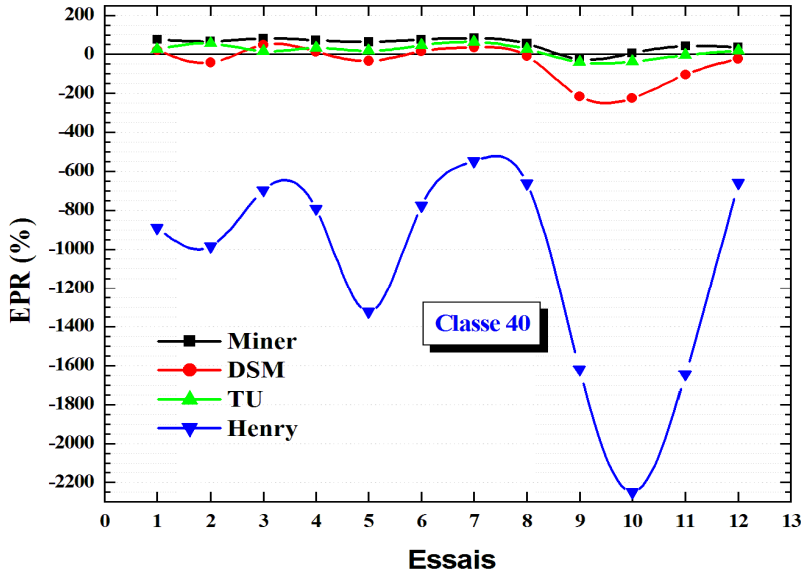

Fig.10— Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 40.

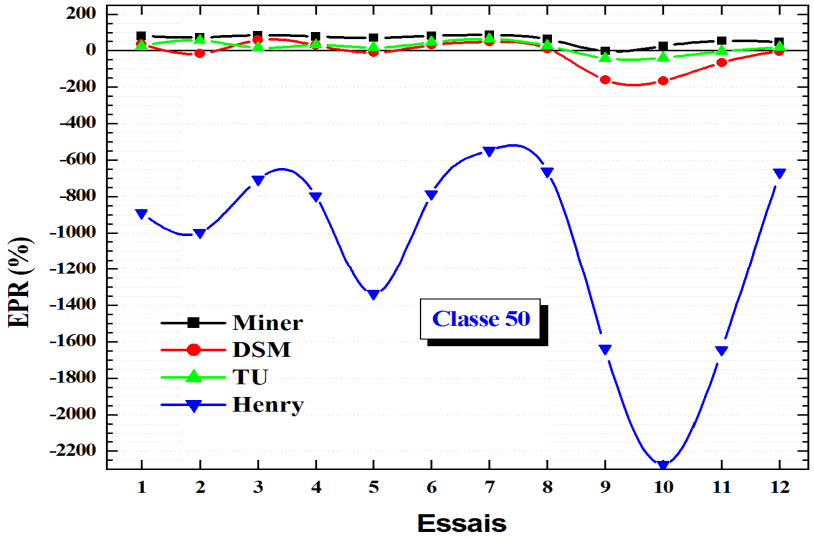

Fig.11 — Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 50.

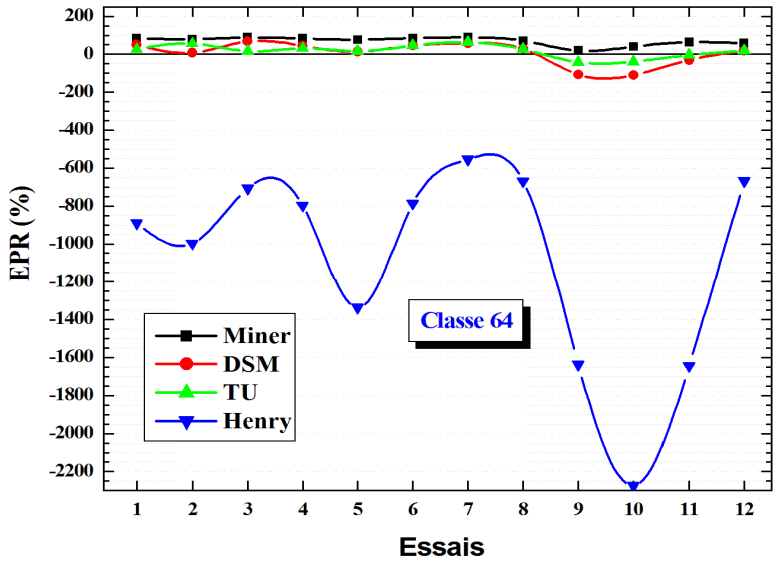

Fig.12— Comparaison entre les résultats de calcul de l'erreur obtenus à partir des différents modèles pour un nombre de classes égal à 64.

Les figures précédentes permettent d'en déduire que le modèle de Miner est conservatif et devient très conservatif avec l'augmentation du nombre de classes. Par contre, le modèle DSM est non conservatif pour un nombre de classes égal à 11, mais il devient conservatif pour un nombre de classes égal à 64. D'autre part, il y a lieu de souligner que le modèle de la Théorie Unifiée est conservatif et celui de Henry est non conservatif quel que soit le nombre de classes. Enfin, on en conclu que le modèle DSM est en bonne concordance avec les résultats expérimentaux pour le nombre de classes 64.

3.2 Comparaison entre les résultats obtenus à partir des modèles Miner et DSM

Dans les essais traités ci-dessus, les résultats montrent que le modèle de Miner donne de bonnes prédictions pour un nombre de classe égal à 11 par rapport aux résultats expérimentaux. Par contre, pour le modèle DSM donne de bonnes estimations pour un nombre de classes égal à 64[13]. Dans ce qui suit, une comparaison est effectuée entre les meilleurs résultats obtenus à partir des deux modèles et des données expérimentales (Fig.13).

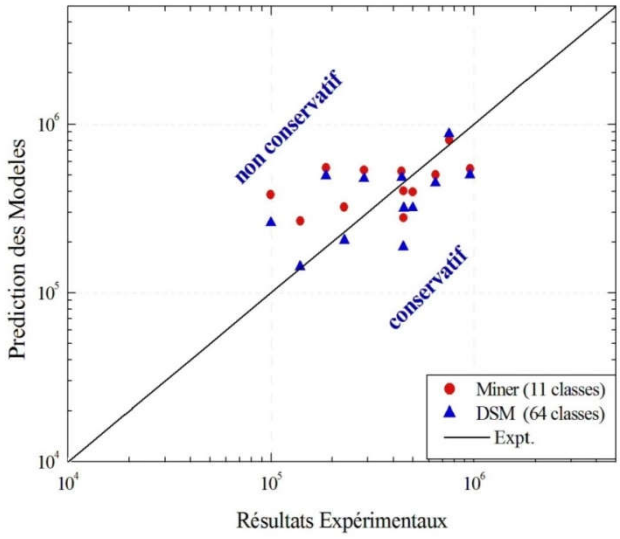

Fig.13— Comparaison entre les meilleurs résultats obtenus à partir des modèles de Miner et de DSM avec des données expérimentales sans tenir compte du nombre de classes.

La comparaison des résultats de la durée de vie estimée par les deux modèle de Miner et DSM avec les données expérimentales montre une bonne concordance mise-à-part des deux essais 9 et 10 où l'écart du modèle de Miner est plus important.

Les figures 6, 7, 8, 9, 10, 11, et 12 permettent aussi de souligner que le modèle de Miner est sensible au changement de la contrainte moyenne (cas des essais de 1 à 6) où ses ERP sont inférieurs à celles du DSM et le modèle DSM est sensible au changement de l'amplitude de contrainte (cas des essais de 7 à 12) où ses ERP sont inférieurs à celles du modèle Miner.

4 Conclusion

La présente étude a permis de discuter quatre modèles de cumul d'endommagement couplés par la méthode de comptage de cycles aléatoires «Rainflow», de prédire la durée de vie et de calculer l'indicateur d'endommagement cycle par cycle.

On peut noter que l'utilisation de la méthode de comptage Rainflow avec les modèles retenus dans cette étude est simple. Ceci dit qu'il n'y a pas de paramètre à déterminer (sauf pour la Théorie Unifiée), mais seule la connaissance de la courbe S-N est nécessaire. En plus le modèle DSM est non linéaire et prend en compte l'histoire de chargement. Plus davantage, le modèle DSM suit les résultats expérimentaux en raison de son lien avec la courbe S-N de Wöhler.

Par ailleurs, on en conclu que la Théorie Unifiée donne toujours de meilleures prédictions. Néanmoins, elle n'est pas largement utilisée à cause de la difficulté du choix du coefficient m adopté égal à 8 par les auteurs de cette théorie sans la moindre justification.

D'autre part, les deux modèles (UT et H) ne sont pas affectés par la variation du nombre de classes, à savoir, leurs prédictions sont stables et indépendantes du nombre de classes.

La prévision de la durée de vie par la Théorie Unifiée est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Les prédictions du modèle Henry sont loin de la réalité expérimentale et son erreur relative des prédictions sont toujours négatifs, donc ce modèle est fortement non conservatif.

Pour un nombre de classes petit (inférieur à 32 classes) c-à-d l'amplitude de la classe est grande, le modèle DSM est généralement non conservatif.

Pour un nombre de classes grand (supérieur à 32 classes) c-à-d l'amplitude de la classe est petit, le modèle de Miner est généralement conservatif.

Nomenclature :

D	endommagement.		σ_{D0}	limite d'endurance du matériau vierge	MPa
Di	endommagement élémentaire.		σ_D	limite d'endurance instantanée	MPa
NRi	nombre de cycles à la rupture.		R	rapport de charge.	
σ_m	contrainte moyenne.	MPa	γ_u	résistance ultime additionnelle pour la théorie unifiée.	MPa
σ_a	amplitude de contrainte.	MPa	m	exposant de la théorie unifiée.	
σ_{aeq}	contrainte alternée équivalente	MPa	σ_{ed}	contrainte endommagée.	MPa
R_m	contrainte maximale de traction.	MPa	σ_{equiv}	contrainte équivalente pour le modèle de la contrainte endommagée.	MPa
σ_u	contrainte ultime de traction.	MPa	ERP	erreur relative de prédiction.	
R_e	limite d'élasticité à 0,2%	MPa	N_f	nombre de cycles de rupture	
E	module de Young.	MPa	b	exposant de la résistance à la fatigue	
σ'_f	coefficient de résistance à la fatigue				

REFERENCES

[1] D. John Clothiaux and E. Norman, Dowling, Verification of Rain-flow Reconstruction of a Variable Amplitude Load History. NASA Contractor Report, (1992).

[2] ASTM E 1049-85, Standard practices for cycle counting in fatigue analysis. in: Annual Book of ASTM Standards, (1997).

[3] P.H .Wirsching, and M .C. Light, Fatigue under wide band random stresses using rainflow method, J. Structural Division 106 ST7 (1980) pp.1593–1607.

[4] T. Lagoda, E. Macha, A. Nieslony, Fatigue life calculation by means of the cycle counting and spectral methods under multiaxial random loading, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 28 (4) (2005) pp.409–420.

[5] T. Łagoda, E. Macha, A. Niesłony. And D. Kardas, Fatigue life under variable-amplitude loading according to the cycle-counting and spectral methods, Materials Science 42 (3) (2006) pp.416-425.

[6] M. A. Miner, Cumulative damage in fatigue, J. Appl. Mech. Vol. 67 (1945) pp. A159–A164.

[7] D. L. Henry, A theory of fatigue damage accumulation in steel, Transaction of the ASME 77 (1955) pp.913-918.

[8] T. Bui-Quoc, Cumulative damage with interaction effect due to fatigue under torsion loading, Experimental Mechanics (1982) pp.180-187.

[9] G. Mesmacque, S. Garcia, A. Amrouche, C. Rubio-Gonzalez, International Journal of Fatigue 27 (2005) pp.461-467.

[10] Z. Semari, A. Amrouche G. Mesmacque and M. Benguediab, Nonlinear damage cumulative model in Blocks loading conditions. Application for Gs61 spheroidal graphite cast-iron loaded by Torsion and plane bending, Journal of Theoretical and Applied Mechanics 38 (4) (2008) pp.101-112.

[11] A. Aid, A. Amrouche, B.A. Bachir, and M. Benguediab, Fatigue life prediction under variable loading based on a new damage model, Materials & Design 32(1) (2011) pp.183–191.

[12] A. Aid, Cumul d'endommagement en fatigue multiaxiale sous sollicitations variables, Ph.D. thesis, université de Sidi-Bel Abbes, Algérie, 2006.

[13] ASTM E 1049-85, "Standard practices for cycle counting in fatigue analysis", in: Annual Book of ASTM Standards 03 (01) (1997) pp.614–620.