

تحليل لأساليب تسعير عقود الخيارات المالية

د. عبد الكريم أحمد قندوز

جامعة الملك فيصل - المملكة العربية السعودية

ملخص البحث:

تعتبر عقود الخيارات المالية أكثر أنواع المشتقات المالية إبداعاً وابتكاراً، كما تعد واحدة من أقوى الأدوات المالية المستخدمة للتحوط وإدارة المخاطر على اختلاف أنواعها. والخيارات المالية هي عقود تعطي صاحبها الحق في شراء (أو بيع) أصل معين (حقيقي أو مالي) خلال فترة زمنية محددة وبسعر تنفيذ محدد مقابل علاوة. وهذه العلاوة هي ذاتها سعر الخيار المالي. والسؤال الذي يطرح هو كيف يمكننا تحديد السعر العادل الذي يكون لدينا استعداد لدفعه في مقابل الحصول على هذا الحق؟. هذا ما تحاول هذه الورقة الإجابة عنه، من خلال استعراض أهم ما كتب في الموضوع بشكل مبسط ومفيد، بما يمكن من فهم أساليب التسعير وأسسها النظرية ومحاولة الاستفادة منها في تطوير أدوات مالية جديدة.

الكلمات المفتاحية: المشتقات المالية، الخيارات المالية، نموذج بلاك شولز، نموذج ثنائي الحد، النموذج البياني، نموذج تماثل حقوق الشراء والبيع.

Abstract:

Financial options contracts are the most creative and innovative type of financial derivatives, and considered as a powerful instruments for hedging and managing risks, it gives the holder the right (not the obligation) to buy (or sell) a particular asset (real or financial) during a specified period of time and at a specified price (exercise price). The price of an option derives from the difference between the reference price and the value of the *underlying* asset (commonly a stock, a bond, a currency or a futures contract) plus a premium based on the time remaining until the expiration of the option.

The main aim of these paper is to review the most important methods and Models for pricing Financial Options

Key Words: Financial Derivatives, Options, Black Scholes Model, Binomial Model, Put-Call Parity

مقدمة:

يعتبر موضوع المشتقات المالية من الموضوعات التي أصبحت تحتل مكانة هامة ضمن العلوم المالية. وإذا كان البحث عن تاريخ نشأة المشتقات المالية واستخداماتها ودورها في الأسواق المالية وفي التحوط وإدارة المخاطر مهماً، فإن أهم من ذلك كله عملية تسعير هذه الأدوات المالية باعتبارها حجر الزاوية في التعامل بها، خاصة في ظل نقص مراجع باللغة العربية تعنى بموضوع تسعير المشتقات المالية بشكل عام، والخيارات المالية خاصة.

هذا ويحتل موضوع التقييم (التسعير) بشتى أنواعه في مجال التمويل مكانة مهمة لدوره في ربط المواضيع المختلفة، وتزداد أهميته في بيئة عدم التأكد التي يتصف بها العالم أجمع لما يتركه ذلك من أثر على الترابط والتشابك بين مختلف العوامل، وهذا من شأنه أن يزيد من صعوبة عملية التقييم ذاتها. ويشير بهذا الخصوص بعض الباحثين (Wafa and Al: 2009) إلى أن التذبذب يعتبر العنصر الأهم والحاسم في عملية تسعير الأصول المالية وعقود المشتقات المالية. كما أن الحاجة إلى التقييم أصبحت ضرورة لا غنى لأي مستثمر عنها فرداً كان أم شركة ولهذا فإن التقييم يعتبر عملية مستمرة. وإذا كانت عملية التقييم للأصول بوجه عام تنطوي على بعض الصعوبات فإنها تزداد تعقيداً عند تقييم المشتقات المالية لارتباطها بعوامل عدة إضافة إلى أن جوهرها هو التحوط ضد المخاطر مما يعني أنها تعتمد على التوقعات المستقبلية وهذا وحده كفيل بجعل عملية تسعير الخيارات المالية صعبة للغاية.

أسواق المشتقات المالية والخيارات:

يقصد بالمشتقات المالية العقود التي تشتق قيمتها من قيمة الأصول المعنية (أي الأصول التي تمثل موضوع العقد). والأصول التي تكون موضوع العقد تتنوع ما بين الأسهم والسندات والسلع والعملات الأجنبية... وتسمح المشتقات للمستثمر بتحقيق مكاسب أو خسائر اعتماداً على أداء الأصل موضوع العقد، ومن أهم المشتقات: عقود الاختيار، العقود المستقبلية، عقود المبادلات...⁽¹⁾ وينظر الكثير من الباحثين في قضايا المال والاستثمار إلى المشتقات المالية كأفضل ما استطاع الفكر الاستثماري انجازه إلى الآن. تشمل المشتقات المالية: الخيارات المالية، العقود الآجلة والمستقبلية وعقود المبادلات. وعلى الرغم من كون أساس وجود المشتقات المالية هو التحوط وإدارة المخاطر، إلا أن ذلك لم يمنع من ظهور فرص ربح مضاربة يمكن تحقيقها باستخدام المشتقات.⁽²⁾ كما تنطوي هي بذاتها على مخاطر

1 د. عبد العال حماد، «المشتقات المالية: المفاهيم-إدارة المخاطر- المحاسبة»، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2001، ص5.

يمكن الرجوع إلى المصادر التالية: محمود صبح، «الابتكارات المالية»، القاهرة، مصر، ط1، 1998، ص102- حمود بن سنجور بن هاشم، صالح كامل وآخرون، «الصناعة المصرفية العربية وعالم التمويل الحديث»، اتحاد المصارف العربية، 1995، ص85 - حمد مطر، «أدوات الاستثمار: الإطار النظري والأدوات العملية»، مؤسسة الوراق، عمان، الأردن، 1999، ص262 - Reuters Financial Glossary, PEARSON Educa- (tion, Reuters Ltd, Second edition, 2003, p60(Derivatives 2 بل وأصبح معظم استخدامات المشتقات المالية هي المضاربة.

عالية⁽¹⁾، خاصة إذا لم يتم فهمها جيداً من طرف المتعاملين الاقتصاديين على اختلاف أنواعهم.⁽²⁾ وتمثل سنة 1973 نقطة مميزة في تاريخ أسواق الخيارات، وذلك عندما قررت بورصة شيكاغو إنشاء قسم خاص بالتعامل بالخيارات التي تعد من أحدث ما ابتكره الفكر الاستثماري حتى الآن، بل وأصبحت ذات أهمية متعاظمة للمتعاملين في أسواق المال وأسواق العملات، حيث أعطت بُعداً جديداً للأدوات المالية وصار بالإمكان المتاجرة بتقلبات الأسعار نفسها والمتاجرة بمؤشرات أسواق المال مثل: مؤشر داو جونز (Dow Jones) ومؤشر نيكاي (Nikkei) وبذلك اتسعت أسواق الخيارات وامتدت لتشمل أسواق الأسهم ومؤشرات أسواق الأسهم والأوراق المالية والعملات والمعادن الثمينة وبقية السلع الرئيسية.⁽³⁾

* مفهوم عقود الخيارات

الخيار هو: «عقد يمثل حقاً للمشتري (وليس التزاماً) في بيع أو شراء شيء معين، بسعر معين (سعر التعاقد أو التنفيذ) خلال فترة زمنية معينة، ويلزم بائعه ببيع أو شراء ذلك الشيء بالسعر المتفق عليه خلال تلك الفترة الزمنية، مقابل مبلغ محدد يدفعه مشتري العقد، يسمى «العلاوة»».⁽⁴⁾ ومثل كثير من العقود، يتكون الخيار من ثلاثة أطراف: بائع، ومشتري، وغرفة المقاصة التي تقوم بدور الوكيل عن كل من البائع والمشتري عن طريق السماسرة. ولا بد في عقد الاختيار من تحديد: الأصل محل التعاقد، وسعر التعاقد، وتاريخ انقضاء أجل التعاقد، ومبلغ التعويض (العلاوة)، ووصف الاختيار (أمريكي أو أوروبي)، ونوع عقد الاختيار (بيع أو شراء).⁽⁵⁾ ومن الممكن أن يكون الأصل محل التعاقد سهماً

1 أنظر بهذا الخصوص: هاشم فوزي دباس العبادي، «الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على استراتيجيات الخيارات المالية»، الوراق للنشر، الطبعة الأولى، 2008، ص 112 وما بعدها. هبة محمود الطنطاوي الباز، «التطورات العالمية وتأثيرها على العمل المصرفي واستراتيجية عمل البنوك في مواجهتها»، رسالة ماجستير في الاقتصاد، كلية التجارة، جامعة عين شمس، 2003، ص 35-36. أحمد صلاح، «الأدوات المالية المشتقة»، مجلة البحوث التجارية، كلية التجارة، جامعة الزقازيق، المجلد 20، العدد 1، يناير 1998، ص 105. محمد أحمد لطفي عبد العظيم أحمد، «معوقات استخدام البنوك التجارية المصرية للأدوات المالية الحديثة في إدارة الأصول»، دراسة تحليلية، رسالة ماجستير في إدارة الأعمال، كلية التجارة بالإسماعيلية، جامعة قناة السويس، 2002، ص 136-137

2 تعتبر بعض أنواع المشتقات المالية سبباً رئيساً وأكيداً في الأزمة المالية العالمية التي ضربت العالم خلال الفترة 2007-2009، ولعل أبرز متسبب كان المشتقات الائتمانية.

3 محمد محمود حبش، «الأسواق المالية العالمية وأدواتها المشتقة: تطبيقات عملية»، عمان الأردن، الطبعة 1، 1998، ص 173.

4 د. عبد العزيز هيكل فهمي، «موسوعة المصطلحات الاقتصادية والإحصائية»، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، الطبعة الثانية، 1981، ص 175 (بتصرف بسيط)، انظر كذلك: فريدي و صادر باز، د. جورج مكرم، «معجم المصطلحات المصرفية و مصطلحات البورصة و التأمين و التجارة الدولية»، اتحاد المصارف العربية، الطبعة الأولى، 1985، ص 179 وهبة الزحيلي، «المعاملات المالية المعاصرة»، دار الفكر، دمشق، سوريا، 2002، ص 502

5 محمد إسلام البرواري، «بورصة الأوراق المالية من منظور إسلامي: دراسة تحليلية نقدية»، دار الفكر، دمشق، سوريا، 2001، ص 222-223.

و قد ازداد التعامل بعقود الخيارات في الولايات المتحدة الأمريكية حتى أصبحت تزيد عن مليون عقد يومياً تتضمن مئات الملايير من الدولارات، و لم ينتشر التعامل بالخيارات خارج الولايات المتحدة إلا في عقد

أو سندا أو سعر فائدة أو عملة أو مؤشرا أو عقدا مستقبليا أو أي أداة مالية متداولة في الأسواق المالية⁽¹⁾ وتنقسم الخيارات المالية من حيث طريقة تنفيذها إلى قسمين: الخيارات الأوروبية والخيارات الأمريكية، أما من حيث طبيعة الحق، فتتنقسم إلى خيارات شراء وخيارات بيع.⁽²⁾

***نظرية تسعير الخيارات:**

تهدف نظرية تسعير الخيارات والتي يطلق عليها كذلك اسم نظرية تسعير المشتقات إلى تحديد السعر النظري العادل لعقد خيار مالي خلال أي لحظة زمنية. وعلى الرغم من أن عقود الخيارات المالية عرفت من فترة طويلة نسبياً، إلا أن التسعير النظري لعقود الخيارات لم يكن ممكناً إلا بعد ظهور نموذج بلاك شولز (1973) لتسعير الخيارات (The Black-Scholes option pricing formula)، وقد كان ذلك بفضل مجهودات كل من بلاك فيشر (Black Fisher) وروبرت ميرتون (Robert Merton) ومايرون شولز (Myron S. Scholes)، والتاريخ الفعلي لتسعير المشتقات المالية (الخيارات بشكل خاص) يمكن إرجاعه إلى ما قبل ظهور نموذج بلاك شولز، وتعود جذوره إلى باشوليه (Bachelier 1900) ((1900)) سنة 1900 والذي ابتكر الحركة البراونية (Brownian motion)⁽³⁾ للخيارات على سندات الحكومة الفرنسية (وهذا الجهد يعتبر سابقاً حتى لأعمال ألبرت أين شتاين بخمسة سنوات، والذي استخدم هذه الحركة في الفيزياء). في الواقع هناك ستة عناصر رئيسية مؤثرة في قيمة العلاوة هي:⁽⁴⁾ التغير في سعر الأصل (محل التعاقد)، سعر التنفيذ، الوقت إلى نهاية صلاحية العقد، تذبذب الأصل محل التعاقد، التوزيعات (تأثيرها أقل)، سعر الفائدة الخالي من الخطر (تأثير أقل).

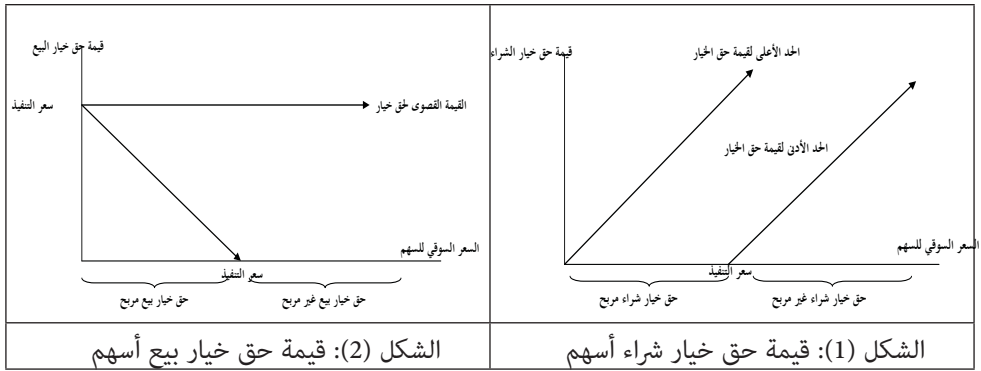
وفيما يلي استعراض لأهم طرق تسعير الخيارات، مع شرح مبسط لكل طريقة:

1. الثمانينات، حيث أصبحت متداولة في أكثر من أربعين سوقاً على مستوى العالم. محمد علي القري، «نحو سوق إسلامية»، مجلة دراسات اقتصادية إسلامية، البنك الإسلامي للتنمية، المجلد 1، العدد 1، 1993، ص 21.
2. محمد محمود حبش، «الأسواق المالية العالمية وأدواتها المشتقة: تطبيقات عملية»، عمان الأردن، الطبعة 1، 1998، ص 175 وما بعدها.
3. محمد مطر، «أدوات الاستثمار: الإطار النظري والأدوات العملية»، مؤسسة الوراق، عمان، الأردن، 1999.
4. أنظر: سمير عبد الحميد رضوان، «المشتقات المالية، ودورها في إدارة المخاطر ودور الهندسة المالية في صناعة أدواتها»، دار النشر للجامعات، مصر، 2005، ص 154 وما بعدها.
5. ينسب إكتشاف الحركة البراونية إلى عالم النباتات الأسكتلندي روبرت براون، (Robert Brown) عام 1827، إثر دراسته لجزيئات رحيق الأزهار. فقد لاحظ عندما وضع هذه الجزيئات في الماء، لمشاهدتها عن طريق المجهر، أنها في حركة عشوائية متواصلة. فتساءل عن سبب هذه الحركة، فهي ناتجة عن كون الجزيئات كائنات حية؟ (شبيهة بحركة البكتيريا مثلاً). للتأكد من هذه الفرضية، قام براون بتكرار التجربة نفسها، مستخدماً هذه المرة جزيئات معدنية ميكرونية. ومن جديد، شاهد حركة شديدة التشابه بملاحظاته السابقة. أثبتت هذه التجارب أن الحركة البراونية غير ناتجة عن قوة حيوية. لكن ما أصل هذه الظاهرة؟ أصلها فيزيائي، كما أثبت هذا ألبرت أينشتاين في واحد من مقالاته الشهيرة
6. طبعا و المقصود في مجال المالية بالحركة البراونية لباشوليه الأعمال الرياضية التي استخدمها لتوضيح الحركات العشوائية لأسعار الخيارات على سندات الحكومة الفرنسية
7. تحديد قيمة العلاوة هي موضوع نظرية تسعير المشتقات، لهذا يرجع إلى المبحث الخاص بتسعير الخيارات المالية من هذا الفصل.

أولاً: الأسلوب البياني

يمكن من خلال الأسلوب البياني تحديد القيمة النظرية القصوى والقيمة النظرية الدنيا لحق الخيار، حيث يكون التساؤل دوماً عن أقصى قيمة لحق الخيار وأقل قيمة يمكن أن يصل إليها هذا الحق. وفي هذه الحالة لا بد من دراسة متغير مهم وهو الوقت المنقضي بين تاريخ إبرام الحق وتاريخ انتهائه.

كما أشرنا سابقاً تتحدد قيمة حق الخيار بعنصر أساسي هو: الوقت ما بين تاريخ إبرام العقد وتاريخ انتهائه. لنفترض أن هذا الوقت طويل جداً (ليس هناك تاريخ محدد لانتهاء العقد مثلاً). في هذه الحالة نتوقع أن تصل قيمة حق الخيار إلى أقصاها. السؤال: لماذا؟ السبب هو لأن القيمة الحالية لسعر التنفيذ ستؤول إلى الصفر، ونتيجة لذلك فإن قيمة حق الخيار تصل إلى أقصى حد لها. أو يمكن تبريرها بطريقة أخرى: وهي أنه خلال هذه الفترة الطويلة جداً فلا بد أن يصبح العقد مربحاً (ITM)، مما يجعل محرر العقد يطلب أقصى قيمة ممكنة على اعتباره أن خسارته مؤكدة (علماً أن ذلك ممتنع التحقيق في الواقع على اعتبار أن محرر العقد لو تأكد من خسارته فإنه لن يحرر العقد أصلاً). الشكل (1) - أدناه- يوضح الفكرة بيانياً.



أما ما يتعلق بحق خيار البيع كما في الشكل (2)، فالمنحنى الممثل للقيمة القصوى لحق خيار البيع يكون أفقياً ويمثل في نفس الوقت سعر التنفيذ للحق. كما نلاحظ أن القيمة الدنيا لحق خيار البيع يتم تمثيلها بخط مستقيم يبتدئ من سعر التنفيذ على المحور الأفقي ويلتقي بالمحور العمودي (الرأسي) عند نقطة تعادل سعر التنفيذ أيضاً.

مثال توضيحي عن تحديد سعر خيار بيع بيانياً:

إذا افترضنا أن سعر أحد الأسهم هو صفر (0)، وأن سعر التنفيذ يبلغ 10 دولار، وأن قيمة حق خيار البيع تعادل القيمة الحقيقية (الذاتية) أو سعر التنفيذ وهو 10 دولار على المحور الرأسي. إذا ارتفع سعر السهم إلى 5 دولار، فإن قيمة حق خيار البيع يعادل 5 دولار (أي الفرق بين سعر التنفيذ والسعر السوق: $10 - 5 = 5$) وذلك يعني أن الارتفاع أو الزيادة في سعر السهم سوف يترتب عليها

انخفاض قيمة حق خيار البيع، وعندما يتعادل السعر السوقي للسهم مع سعر التنفيذ، فإن قيمة حق خيار البيع في هذه الحالة تساوي صفرًا. ولا يمكن أن تقل قيمة حق خيار البيع عن ذلك لأن قيمة حق الخيار عموماً إما قيمة موجبة أو تساوي صفرًا. ومن ناحية أخرى فإن قيمة حق الخيار لا يمكن أن تكون أعلى من سعر التنفيذ لأن سعر السهم لا يمكن أن يكون سالباً بأي حال من الأحوال.⁽¹⁾ وعلى ذلك فإن الخط الممثل لأقصى قيمة لحق خيار البيع يرسم في صورة خط مستقيم موازي للمحور الأفقي من النقطة التي تساوي سعر التنفيذ على المحور العمودي (الرأسي).

ثانياً: نموذج بلاك وشولز

نموذج بلاك شولز (1973) لتسعير الخيارات (The Black-Scholes Option Pricing Model) هو أكثر النماذج شيوعاً لدى الأكاديميين والممارسين عند تقييم (تسعير) خيارات الشراء. يقوم النموذج على مجموعة من الفرضيات أهمها:⁽²⁾

- لا توجد تكلفة للمعاملات كما لا توجد ضرائب
- معدل الفائدة الخالي من الخطر ثابت
- تعمل أسواق رأس المال بشكل مستمر (التعامل على كل الأسهم مستمر)
- سعر الأصل محل التعاقد (SS) يتبع حركة هندسية براونية (دالة مستمرة)، مع ثبات كل من المشتق ($\mu\mu$) والانحراف المعياري ($\sigma\sigma$)، حيث: $dS_t = \mu \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dZ_t$
- لا توجد أية قيود للمراجحة.
- يمكن استخدام البيع على المكشوف على الأصل محل التعاقد (اقتراض الأصل وبيعه)
- يمكن اقتراض النقد وإقراضه بسعر الفائدة الخالي من المخاطر كما
- لا توجد توزيعات لحاملي الأسهم
- الخيار من النوع الأوروبي وليس الأمريكي.
- كل الأسهم يمكن تقسيمها بشكل تام (مثلاً من الممكن بيع 100/1 من سهم أو 1% من سهم)

مناقشة الفرضيات:

من المعلوم في الاقتصاد، وبشكل خاص في العلوم المالية أن الفرضيات إنما توضع لتبسيط حل مشكلة ما. وكلما كانت الفرضيات قوية، كلما كان حل المشكلة أيسر، ولهذا السبب ستتم مناقشة الفرضيات السابقة المتعلقة بنموذج بلاك شولز. قام ميرتون بمناقشة معمقة ومطولة لمدى ملاءمة

1 محمد الحناوي، «تحليل وتقييم الأسهم والسندات»، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2006، ص 355.
2 Hull, J. C. (2006), Options, Futures, and Other Derivatives, 6th ed, Prentice-Hall, New Jersey, see also: Black, M & Scholes, M (1973), 'The Pricing of Options and Corporate Liabilities', *Journal of Political Economy*, vol. 81, no. 3, May/June

الفرضيات السابقة. ولعل الفرضيات المتعلقة بإمكانية البيع المكشوف وعدم وجود قيود على المراجعة واستمرارية الأسواق المالية مع عدم وجود أي تكاليف وكذا إمكانية تجزئة السهم الواحد تعتبر فرضيات معيارية مستخدمة في كثير من النماذج المالية كنظرية اختيار المحفظة المالية. كذلك فرضية الإقراض والاقتراض بسعر الفائدة الخالي من المخاطرة وعدم وجود توزيعات على الأسهم يمكن تعديلهما. (Black and Scholes, 1973). مما سبق، فإن أهم فرضية هي المتعلقة بسعر الأصل محل التعاقد الذي يتبع حركة براونية هندسية، وهي فرضية وضعت لوصف سلوك العوائد من الأصل محل التعاقد.

يمكن التعبير عن صيغة تسعير خيارات الشراء وفقا لنموذج بلاك شولز على النحو التالي:

$$C = S \cdot N(d_1) - Xe^{-rt} \cdot N(d_2)$$

أما خيارات البيع، فتسعر على النحو التالي:

$$P = Xe^{-rt} \cdot N(-d_2) - S \cdot N(-d_1)$$

على أساس أن:

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \text{ و } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

حيث:

(C): سعر خيار الشراء، (P): سعر خيار البيع، (S): السعر السوقي الجاري للسهم، $N(d_1)$ ، (X): دالة الكثافة التراكمية لـ d_1 (توزيع طبيعي)، $N(d_2)$: دالة الكثافة التراكمية لـ d_2 ، (e): أساس اللوغاريتم 2.72 ، (r): سعر الفائدة الخالي من المخاطرة، (t): الوقت المتبقي على انتهاء صلاحية الخيار، (σ): تذبذب السهم (الانحراف المعياري لعوائد الأصل قصيرة الأجل خلال سنة).

وعلى الرغم من أن المعادلة قد تبدو معقدة، إلا أن تطبيقها لا ينطوي على أية صعوبات، فمعظم المدخلات المطلوبة لحساب سعر خيار الشراء يمكن الحصول عليها من البيانات المنشورة. فسعر السهم (S) وسعر التنفيذ (X) هي قيم معلومة، أما الوقت المتبقي حتى استحقاق الخيار (إلى نهاية صلاحية الخيار) فيحسب عدد الأيام المتبقية حتى الاستحقاق وتقسم على 365 (عدد أيام السنة). أما سعر الفائدة الخالي من المخاطر (r) فيعبر عنه بسعر الفائدة على سندات الخزينة بشرط أن يكون أجلها مساوياً لأجل الخيار (ويحسب المعدل بالتركيب المستمر). وتستخرج قيم $N(d_1)$ و $N(d_2)$ من جداول التوزيع الطبيعي، مما يعني أن المتغير الوحيد المجهول والذي يصعب تقديره هو التباين (σ) أو التقلب ويحسب بالتركيب المستمر لعمر السهم خلال عمر الخيار، إذ يمكن تقدير التباين من خلال البيانات التاريخية لأسعار الأسهم، إلا أن ما يحتاجه المستثمر في الحقيقة هو التقلب المستقبلي

للسهم، وهي قيمة مجهولة، لذلك يقود اختلاف تقديرات المستثمرين لتباين الأسهم إلى اختلاف في تقدير أسعار الخيارات المالية.⁽¹⁾

ولمزيد من التوضيح حول استخدام نموذج بلاك وشولز لتسعير الخيارات، دعنا نفترض أن لدينا عقد خيار شراء من النوع الأوروبي على 100 سهم من أسهم شركة (ABC) والتي لا تقوم بتوزيعات على هذه السهم. سعر التنفيذ لعقد الخيار هو 55 دولاراً، وينتهي خلال 0.34 سنة. شركة (ABC) تباع السهم عند سعر 56.25 ولها معدل 28% تذبذب. سعر الفائدة الخالي من المخاطرة (المستمر) هو: 2.85%.

لحساب سعر الخيار باستخدام نموذج بلاك وشولز، لدينا المعطيات التالية:

$$\begin{aligned} S &= 56.25 \\ X &= 55 \\ t &= 0.34 \\ \sigma &= 28\% \\ r &= 2.85\% \end{aligned}$$

باستخدام نموذج بلاك وشولز فإنه يجب أولاً إيجاد كل من (d_1) و (d_2) ، وذلك بالتعويض في معادلتيهما لدينا:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} = \frac{\ln\left(\frac{56.25}{55}\right) + \left(2.85\% + \frac{(0.28)^2}{2}\right)0.34}{0.28\sqrt{0.34}} = 0.28$$

بالنسبة لـ (d_2) :

$$d_2 = 0.28 - 0.28\sqrt{0.34} = 0.12$$

بالتعويض في معادلة تسعير خيار الشراء، نجد

$$OP = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

$$\begin{aligned} OP &= 56.25 \times N(0.28) - 55 \times N(0.12)e^{-0.28 \times 0.34} \\ &= 4.56 \end{aligned}$$

نجد: 4.56 دولار للسهم الواحد (وهو يمثل القيمة السوقية لحق الخيار للسهم الواحد من أسهم شركة (ABC))، ويكون بذلك قيمة حق الخيار الكلية هي 456 دولاراً (أي لـ 100 سهم).

1 هاشم العبادي، «الهندسة المالية و أدواتها بالتركيز على استراتيجيات الخيارات المالية»، الوراق للنشر، الطبعة الأولى، 2008، ص 210.

ثالثاً: نموذج تماثل حقوق البيع والشراء

يمثل نموذج تعادل حقوق خيار الشراء والبيع (put-call parity) والذي وضع لأول مرة من طرف ستول (Stoll) سنة 1969 العلاقة التي تجب أن توجد بين أسعار خيارات البيع وخيارات الشراء (من النوع الأوربي) والتي تشترك في نوع الأصل (محل التعاقد) وسعر التنفيذ وتاريخ الانتهاء. هذه العلاقة يمكن اشتقاقها من مبدأ المراجعة.

للتوضيح أكثر، لنعتبر أن لدينا محفظتين مالتيتين: (A) و (B). تتكون المحفظة (A) من الأصل وخيار بيع، وتتكون المحفظة (B) من خيار شراء واستثمار بالقيمة الحالية لسعر التنفيذ

جدول (2): قيم محفظة مكونة من خيار شراء واستثمار بالقيمة الحالية لسعر التنفيذ

القيمة عند نهاية تاريخ صلاحية العقد		المحفظة (A)
$S^* > x$	$S^* \leq x$	
S^*	S^*	
0	$x - S^*$	
S^*	x	
		المجموع

جدول (1): قيم محفظة مكونة من أصل وخيار بيع

القيمة عند نهاية تاريخ صلاحية العقد		المحفظة (B)
$S^* > x$	$S^* \leq x$	
$S^* - k$	0	
x	K	
S^*	x	
		المجموع

بغض النظر عن قيمة الأصل محل التعاقد عند تاريخ انتهاء صلاحية كل محفظة، فإنه سوف يكون للمحفظتين نفس القيمة. إذا كانت المحفظتان المالتيتان تتجهان لأن يكون لها نفس القيمة في تاريخ الانتهاء، إذن يجب أن تكون لديها نفس القيمة اليوم.

وبخلاف ذلك، يمكن للمستثمر القيام بمراجعة من خلال شراء المحفظة الأقل تكلفة (الأرخص) وبيع المحفظة الأعلى والاحتفاظ بالمركز طويل- قصير إلى غاية تاريخ الانتهاء. وتبعاً لذلك لدينا المعادلة التالية:

$$c + PV(x) = p + s$$

حيث: (c): السعر السوقي الجاري لخيار الشراء، $PV(x)$: القيمة الحالية لسعر التنفيذ (x)،

محسوبة بشكل متراكم (مركب) إلى تاريخ انتهاء صلاحية العقد وذلك عند سعر مناسب للفائدة الخالية من المخاطر، (p): السعر السوقي الجاري لخيار البيع، (s): السعر السوقي الجاري للأصل محل التعاقد.

تسمى هذه المعادلة «معادلة تماثل حقوق البيع والشراء»، ويمكن اعتبار نظرية مبدأ تماثل حقوق خيار الشراء والبيع اختباراً بسيطاً لنماذج تسعير عقود الخيارات المالية. حيث أن أي نموذج تسعير لعقود الخيارات المالية ينتج عنه أسعار لخيارات الشراء والبيع لا تحقق معادلة تماثل حقوق الشراء والبيع يعتبر مرفوضاً لأنه غير سليم.

مثال توضيحي: من نفس المثال السابق، والذي سبق وحسبنا فيه قيمة سعر خيار الشراء ووجدناه يساوي 4.56 دولاراً، ولإيجاد قيمة حق خيار البيع على أسهم شركة (ABC) فإننا نستخدم نموذج تماثل خيارات الشراء والبيع، ويكون ذلك كما يلي:

$$p = c + PV(x) - s$$

كل المتغيرات في المعادلة موجودة، حيث: $S = 56.25$ و $C = 4.56$

أما القيمة الحالية لسعر التنفيذ أي (PV(x)) فتحسب كما يلي:

$$PV(X) = Xe^{-rt} = 56.25 \times e^{-0.28 \times 0.34} = 54.49$$

وبالتعويض في المعادلة نجد:

$$p = 4.56 + 54.49 - 56.25 = 2.78$$

إذن سعر خيار البيع على أسهم شركتنا هذه هو 2.78 للسهم الواحد، أي 278 دولار على مجموع الأسهم.

رابعاً: نموذج ثنائي الحد لتسعير الخيارات المالية (The Binomial Option Pricing Model):

إذا كانت معظم النماذج التي درسناها تهدف لتسعير عقود الخيارات من النوع الأوربي، فإن نموذج ذي الحدين هو صيغة رياضية لتسعير عقود الخيارات الأمريكية (والتي يمكن تنفيذها في أي وقت من تاريخ صلاحية العقد) بالإضافة إلى عقود الخيارات الأوروبية. اقترح نموذج ذي الحدين من طرف كل من كوكس، روس وروبينشتاين سنة 1979 ويسمى النموذج كذلك نسبة إليهم: (Cox and Rubinstein Option-Pricing Model) (1). وسبب تسميته بنموذج ذي الحدين هو أنه يستخدم قانون ذو الحدين لتسعير الخيارات. يقوم نموذج ثنائي الحد لتسعير الخيارات المالية على الفرضيات التالية:

- غياب تكلفة المعاملات والضرائب ومتطلبات الهامش.
- بالإمكان الإقراض والاقتراض بسعر الفائدة الخالي من المخاطر.

1 أسماؤهم الكاملة هي: (Mark Rubinstein)، (John C. Cox)، (Stephen A. Ross).

- بإمكان المستثمرين استخدام البيع القصير (البيع على المكشوف) لأية ورقة مالية.
- سعر الفائدة الخالي من المخاطرة ثابت.
- سعر الأصل محل التعاقد يتبع التوزيع الثنائي⁽¹⁾

حاول نموذج ذي الحدين أن يأخذ بعين الاعتبار العوامل التي تؤثر على سعر الخيار والتي لم يتناولها نموذج بلاك-شولز. ومن الواضح أن الفرضيات التي يقوم عليها هذا النموذج هي نفسها لنموذج بلاك وشولز، باستثناء الفرضية التي تفسر سلوك سعر الأصل محل التعاقد، حيث تم افتراض أن سعر الأصل محل التعاقد يتبع التوزيع الثنائي، أي يأخذ أحد احتمالين: الارتفاع أو الانخفاض.⁽²⁾ ينطلق نموذج ثنائي الحد من فكرة مفادها التالي: يمكن تكوين محفظة مالية مؤلفة من سهم وعقد خيار شراء (على نفس السهم). التدفقات النقدية المتولدة عن هذين الاستثمارين متماثلة ولكنها متعكسة، في هذه الحالة ما هو عدد الخيارات التي تلزم لأجل تحقيق التغطية بما يجعل عائد المحفظة خالي من المخاطرة؟ ويفترض هذا النموذج بأن فترة سريان العقد يمكن تقسيمها إلى فترات أصغر، وعند بداية كل فترة قد يرتفع أو قد ينخفض سعر السهم. يصلح هذا النموذج لتقييم كل من الخيارات الأوروبية والأمريكية، وكذلك يمكن استخدامه لتسعير العقود الأكثر تعقيدا.

*كيفية عمل النموذج ثنائي الحد:

يقسم نموذج ذي الحدين (ثنائي الحد) الوقت إلى غاية انتهاء صلاحية العقد إلى عدد محدد من المجالات الزمنية (الفترات) والتي يمكن لسعر الأصل محل التعاقد خلالها (أي خلال أي مجال منها) أن يأخذ قيمتين: دنيا (Down(d)) وعليا (Up(u)) وذلك باحتمال معين. تعطى الصيغة العامة للنموذج كما يلي:

$$C_{B_i} = f(S, \sigma^2, X, T, r_f, u, d, n)$$

العناصر الخمسة الأولى من الدالة (S, σ^2, X, T, r_f) هي نفسها التي تناولها نموذج بلاك وشولز. أما الثلاثة الأخيرة فهي تمثل: القيمة العليا (u) والقيمة الدنيا (d) وعدد الفترات (n). .

1 توزيع ذو الحدين توزيع يختص بالتجارب العشوائية ذات الناتجين صح أو خطأ (فشل ونجاح) للمحاولات المستقلة المتكررة كرمي زهرة النرد فالنتيجة عدد أولي أو غير أولي، زوجي أو فردي وهو ما يعرف بتجربة ذات الحدين التي تحقق الشروط الآتية: (1) كل محاولة تعطي نتيجة واحدة فقط نجاح أو فشل وهو ناتج ثابت. (2) واحتمال النجاح (p) + احتمال الفشل (q) = 1، $q = 1 - p$. (3) المحاولات (n) مستقلة فيما بينها.

ليكن X عدد المحاولات الناجحة من n مرات وبالتالي يكون عدد مرات الفشل هو $n - X$ ، وأن X يعرف بمتغير ذات الحدين وتوزيعه الاحتمالي يعرف بتوزيع ذات الحدين وللحصول على القانون نفترض $P(x) = P(X=x)$ وأن x عدد المحاولات الناجحة، و بالتالي سيكون $(n - x)$ عدد المحاولات الفاشلة ويكون احتمال الحدث في هذه الحالة هو $P_x (1 - P)^{n-x}$ مع ملاحظة أن الأحداث مستقلة من خصائصه: أن وسطه np وتباينه npq حيث p احتمال النجاح، q احتمال الفشل، الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين

2Cox, John C., Stephen A. Ross, and Mark Rubinstein. 1979. «Option Pricing: A Simplified Approach», Journal of Financial Economics 7: 231-237

يفترض نموذج ثنائي الحد أن سعر السهم يأخذ أحد اتجاهين زيادة أو نقصاناً وذلك خلال الفترة إلى نهاية صلاحية العقد⁽¹⁾، وبفضل هيكله البسيط والتكراري، فإن للنموذج ثنائي الحد العديد من المزايا.

* طريقة استخدام نموذج ثنائي الحد في تسعير عقود الخيارات:

يستخدم نموذج ثنائي الحد طريقة الوحدات الزمنية المستقلة (المنفصلة) لرسم تطور سعر الأصل محل التعاقد، وذلك عن طريق شجرة نموذج ثنائي الحد وذلك لعدد من المراحل (والتي تسمى كذلك الفترات أو الخطوات) وذلك خلال الفترة ما بين التسعير ونهاية صلاحية العقد. كل عقدة (نقطة تقاطع) في شجرة نموذج ثنائي الحد تمثل سعراً ممكناً للأصل محل التعاقد عند نقطة زمنية معينة. وتطور السعر هذا، هو الذي يمثل القاعدة الأساسية لتسعير الخيار. تمر عملية تسعير عقد خيار مالي من خلال أسلوب ثنائي الحد بمجموعة من الخطوات، وذلك على النحو التالي:

رسم شجرة أسعار الأصل:

تتكون شجرة الأسعار من خلال التقدم من تاريخ التسعير إلى تاريخ انتهاء صلاحية العقد. عند كل خطوة (فترة) فإنه يفترض أن يتحرك سعر الأصل محل التعاقد نحو الأعلى أو نحو الأسفل وذلك

بمعامل محدد (d) أو (u) (حيث $1 \leq u$ و $0 < d \leq 1$). وبهذا فإنه إذا كان (S) السعر السوقي، فإن السعر في المرحلة الموالية سيكون:⁽²⁾

$$S_{down} = S \cdot d \text{ أو } S_{up} = S \cdot u$$

معاملات السعر الأعلى والسعر الأدنى يتم حسابها باستخدام تذبذب الأصل (σ) والمدة الزمنية

التي تستغرقها مرحلة واحدة (أو خطوة) (t) محسوبة بالسنوات، إذ من شرط أن تباين لوغاريتم السعر هو ($\sigma^2 t$)، لدينا:⁽³⁾

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{t}} = \frac{1}{u}$$

1 The binomial model takes a risk-neutral approach to valuation

2 Cox, John C., Stephen A. Ross, and Mark Rubinstein. 1979. «Option Pricing: A Simplified Approach.» Journal of Financial Economics 7: 229-263

3 تمثل هذه الصيغة، الصيغة الأصلية التي استخدمها كوكس، روس و روبينشتاين لإيجاد شجرة الأسعار، علماً أن هناك طرقاً أخرى غيرها مثل شجرة الاحتمالات المتساوية (the equal probabilities tree)

من بين خصائص هذه الطريقة أن سعر الأصل محل التعاقد لو تحرك نحو الأعلى ثم نحو الأسفل، فإن الأسعار ستكون هي نفسها فيما لو أنها تحركت نحو الأسفل ثم نحو الأعلى (أي بطريقة معاكسة للأولى)، ولا شك أن هذه الخاصية تقلل من عدد العقد في الشجرة، وبالتالي تسرع من حساب سعر الخيار.

هناك ميزة أخرى لهذه الطريقة، وهي أنها تتيح إمكانية حساب قيمة الأصل عند كل عقدة باستخدام الصيغة الرياضية المعطاة، ولا تتطلب إعادة رسم شجرة الأسعار من جديد.

قيمة الأصل عند أي عقدة تكون:

$$S_n = S_0 \times u^{N_u - N_d}$$

حيث: (N_u) : عدد مرات الصعود، (N_d) : عدد مرات النزول.

هذا ويمكن حساب احتمال ارتفاع الأسعار واحتمال انخفاضها على النحو التالي:

$$p = \frac{e^{(r-q)t} - d}{u - d}$$

(q) : الدخل الموزع على الأصل (خلال مدة صلاحية الخيار)، مثل التوزيعات التي تحصل عليها أسهم

مثال: سهم شركة (ABC) قيمته 50 ريالاً، وسعر التنفيذ لعقد خيار شراء على هذا السهم هو 55 ريالاً. مدة صلاحية العقد هي 6 شهور (0.5 سنة). سعر الفائدة الخالي من المخاطرة 5% والتذبذب (الانحراف المعياري) 30%.

* إيجاد القيمة العليا والقيمة الدنيا للسهم في نهاية المدة (6 شهور) واحتمالات حدوثهما:

لا بد من إيجاد كل من (d) و (u) و (p)

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}} = e^{0.3 \times \sqrt{0.5}} = 1.24$$

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.24} = 0.84$$

$$p = \frac{e^{(r-q)t} - d}{u - d} = \frac{e^{0.05 \times 0.5} - 0.84}{1.24 - 0.84} = 0.511 - p$$

$$= 1 - 0.51 = 0.49$$

* إيجاد القيمة العليا:

$$S_{up} = S \cdot u = 50 \times 1.24 = 61.82$$

في نهاية الفترة فإن السهم، يأخذ قيمة 61.82 ريالاً (كقيمة عليا) باحتمال 51%

* إيجاد القيمة الدنيا: $S_{down} = S \cdot d = 50 \times 0.84 = 40.44$

ومما سبق، فإن سعر الأصل خلال فترة نصف السنة القادمة يمكن أن يرتفع إلى 61.82 ريالاً باحتمال 51% (قيمة عليا)، كما يمكن أن ينخفض إلى 40.44 ريالاً باحتمال 49% (قيمة دنيا).

يمكن رسم شجرة تطور سعر الأصل (قيمة المحفظة (السهم) في نهاية الفترة) على النحو التالي:
شجرة نموذج ثنائي الحد (قيم الأصل)

		61.82 (51%)	السعر الأعلى (باحتمال 51%)
	50		
		40.44 (49%)	السعر الأدنى (باحتمال 49%)
الفترات	(0)	(1)	

تحديد قيمة الخيار عند العقد النهائية:

بعد رسم شجرة تطور الأسعار، لابد من تحديد قيمة الخيار عند العقد النهائية. عند كل عقدة نهائية من شجرة الأسعار (أي عند تاريخ نهاية صلاحية الخيار)، فإن قيمة الخيار هي ببساطة قيمته الذاتية، أو الفرق بين سعر السوق وسعر التنفيذ.

بالنسبة لخيار الشراء: $Max[(S - X), 0]$

بالنسبة لخيار البيع: $Max[(X - S), 0]$

حيث: (X): هو سعر التنفيذ، (S): هو السعر الحاضر للأصل محل التعاقد

من نفس المثال السابق، حيث سعر التنفيذ لعقد الخيار كان 55 ريالاً. إن هذا الخيار يعطينا إمكانية الحصول على 8.82 ريالاً باحتمال 51%:

$$S_{up} - X = 61.82 - 55 = 6.82$$

$$Max[(S - X), 0] = Max[6.82, 0] = 6.82$$

أو الحصول على 0 (صفر) باحتمال 49%

$$S_{down} - X = 40.44 - 55 = -9.56$$

$$Max[-9.56, 0] = 0$$

لأن المستثمر في حالة انخفاض سعر الأصل عن سعر التنفيذ، لا ينفذ الخيار (أي لا يشتري السهم بسعر التنفيذ 55 ريالاً، بل يفضل الشراء بالسعر الأدنى الذي هو سعر السوق أي 40.44 ريالاً). وإذا قمنا بإضافة أسعار الخيار إلى الشجرة السابقة، تصبح على النحو التالي:

شجرة نموذج ثنائي الحد (قيم الأصل وأسعار الخيار)

السعر الأعلى (باحتمال 51%)			
61.82			
(C = 6.82)			
$S_0 = 50, (X = 55)$			
40.44			
(C = 0)			
السعر الأدنى (باحتمال 49%)			
الفترة	(0)	(1)	

ملاحظات:

- بمجرد إنهاء الخطوة السابقة، فإننا نكون قد وجدنا قيمة الخيار عند كل عقدة مبتدئين من الفترة ما قبل الأخيرة ومتراجعين إلى غاية العقدة الأولى من الشجرة (تاريخ التسعير) والتي تمثل القيمة المحسوبة عندها قيمة الخيار.
- عموماً فإن إيجاد القيمة الثنائية (*Binomial Value*) يتم عند كل نقطة، وذلك باستخدام فرضية حيادية المخاطر (*Risk Neutrality*). إذا كانت ممارسة الحق ممكنة عند العقدة، فإن النموذج يأخذ القيمة الأكبر من بين القيمة الثنائية وقيمة الممارسة (التنفيذ) عند هذه العقدة.

1- إيجاد القيمة المتوقعة للخيار (قيمة الخيار عند عقدة متقدمة):

تحسب القيمة المتوقعة للخيار باستخدام قيم الخيار عند آخر عقدتين (السعر الأعلى للخيار، السعر الأدنى للخيار) مرجحة باحتمالاتها على الترتيب (احتمال p) لتحرك سعر الأصل نحو الأعلى، واحتمال $(1 - p)$ لتحرك سعر الأصل نحو الأسفل)

إن سعر الخيار (القيمة المتوقعة) عند عقدة معينة يساوي إلى متوسط السعر الأعلى والأدنى المرجح باحتمالات حدوثها

$$C = [p \times OptionUp + (1 - p) \times OptionDown]$$

$$C_{t-1,i+1} = (pC_{t,i+1} + (1 - p)C_{t,i-1})$$

ومن، المثال السابقة:

$$C_{t-1,i+1} = (pC_{t,i+1} + (1 - p)C_{t,i-1})$$

$$= 0.51 \times 6.82 + 0.49 \times 0 = 3.45$$

وعلى ذلك، فسعر الخيار في نهاية الفترة (٦ شهور) هو ٣,٤٥ ريالاً.

2- حساب سعر الخيار (السعر لحظة التسعير):

بعد حساب سعر الخيار لحظة انتهاء مدة الاستحقاق، فإن السؤال المطروح هو: ماهي قيمة الخيار الآن (في لحظة التسعير)؟ والجواب هو أن قيمته تساوي إلى القيمة المتوقعة للخيار في نهاية الفترة مخصومة بسعر الفائدة الخالي من الخطر (r). ويمكن حسابها كما يلي:

$$C = [p \times OptionUp + (1 - p) \times OptionDown] \times e^{-r \times \Delta t}$$

بعبارة أخرى:

$$C_{t-\Delta t,i} = e^{-r \Delta t} (pC_{t,i+1} + (1 - p)C_{t,i-1})$$

حيث: ($C_{t,i}$): قيمة الخيار عند العقدة رقم (i) في الزمن (t)
ومن، مثالنا السابقة، يمكننا حساب سعر الخيار على النحو التالي:

$$C = e^{-0.05 \times 0.5} \times 3.45 = 3.36$$

وبناء على كل ما سبق، فقد أمكننا تحديد سعر خيار الشراء على سهم شركة (ABC) هو ٣,٣٦ ريالاً. هذه النتيجة تمثل القيمة الثنائية (*Binomial Value*). وهي تمثل السعر العادل للخيار عند لحظة زمنية معينة (بتعبير آخر عند كل عقدة)، وذلك في ضوء التطور في سعر الأصل محل التعاقد عند هذه النقطة. إنها قيمة حق الخيار لو تم تحريره عند هذه اللحظة.

***توسيع النموذج السابق إلى أكثر من خطوة:**

إن النموذج السابق، والذي حسبنا من خلاله سعر الخيار استخدم خطوة واحدة إلى غاية نهاية مدة العقد (t). لكن ماذا لو كان عدد الخطوات (n) إلى غاية نهاية الفترة (t) أكبر من فترة واحدة: فترتان أو ثلاث أو أكثر؟ الحقيقة أن الأمر لا يختلف كثيراً عن الحالة السابقة. ولتوضيح ما سبق، نتناول المثال السابق، ولكن سنفترض أن لدينا ثلاث مراحل (خطوات). في هذه الحالة لابد من إعادة حساب كل من المعاملات (u) و (d) وكذلك احتمال الارتفاع والانخفاض (p) و ($1 - p$).

$$u = e^{\sigma \sqrt{t/n}} = e^{0.3 \times \sqrt{0.5/3}} = 1.13$$

$$d = \frac{1}{u} = \frac{1}{1.13} = 0.88$$

$$p = \frac{e^{(r-q)t} - d}{u - d} = \frac{e^{0.05 \times 0.5} - 0.88}{1.13 - 0.88} = 0.57$$

$$1 - p = 1 - 0.51 = 0.43$$

وعلى ذلك تصبح شجرة تطور أسعار السهم وأسعار خيار الشراء على النحو التالي:

				72.20
				17.20
			63.88	
			8.88	
	56.51			56.51
	1.51			1.51
		50.00		
		0.00		
	44.24			44.24
	0.00			0.00
		39.14		
		0.00		
			34.63	
			0.00	
	0	1	2	3

تظهر الشجرة تطور سعر الأصل (السهم) عبر الفترات، حيث أصبح السعر في الفترة الأولى 56.51 ريالاً، وهو ما يعني أن سعر الخيار هو الفرق بين سعر السوق وسعر التنفيذ (في حالتنا 1.51 ريالاً). في نهاية المرحلة الثالثة والتي توافق انتهاء مدة العقد، هناك احتمالان لسعر الأصل: الاحتمال الأول: أن يصبح سعر الأصل ٧٢,٢٠ ريالاً، باحتمال ٥٧٪. وعند هذه النقطة، يساوي سعر الخيار قيمته الذاتية أي ١٧,٢٠ ريالاً (الفرق بين السعر السوقي للأصل وسعر التنفيذ). الاحتمال الثاني: أن يصبح سعر الأصل ٥٦,٥١ ريالاً باحتمال ٤٣٪، ويكون سعر الخيار هو ١,٥١ ريالاً وبذلك يكون سعر الخيار في الفترة الثانية مساوياً إلى متوسط السعيرين مرجحاً باحتمالي حدوثهما

مخصوصاً بسعر الفائدة الخالي من الخطر للفترة (t/n) ، بمعنى آخر:

$$C_{(2,2)} = e^{-r \times t/n} (pC_{t,i+1} + (1 - p)C_{t,i-1})$$

$$C_{(2,2)} = e^{-0.05 \times 0.5 \div 3} \times (0.57 \times 17.20 + 0.43 \times 1.51) = 10.41$$

وبما أن القيمة المتوقعة أكبر من قيمة الخيار المحسوبة سابقا عند نفس العقدة (8.88 ريال)، فإننا نستبدل القيمة الأخيرة بالقيمة المتوقعة، ونستمر في الانتقال إلى العقدة التي قبلها إلى غاية الوصول إلى اللحظة صفر (الآن)

				72.20
				17.20
			63.88	
			10.41	
		56.51		56.51
		1.51		1.51
			50.00	
			0.00	
		44.24		44.24
		0.00		0.00
			39.14	
			0.00	
				34.63
				0.00
	0	1	2	3

$$C_{(1,1)} = e^{-0.05 \times 0.5 \div 3} \times (0.57 \times 10.41 + 0.43 \times 0) = 5.91$$

وبما أن هذه القيمة أكبر من 1.51 ، فإننا نستبدل الأخيرة بالأولى، وتصبح الشجرة:

				72.20
				17.20
			63.88	
			10.41	
		56.51		56.51
		5.91		1.51
			50.00	
			0.00	
		44.24		44.24
		0.00		0.00
			39.14	
			0.00	
				34.63
				0.00
	0	1	2	3

$$C = e^{-0.05 \times 0.5 \div 3} \times (0.57 \times 5.91 + 0.43 \times 0) = 3.38$$

وبذلك فإن سعر الخيار هو 3.38 ريالاً.

الخاتمة :

طور الباحثون والتطبيقات في مجال المشتقات المالية مجموعة من النماذج لتحديد السعر العادل لعقود الخيارات. ويعتبر نموذج بلاك وشولز أشهر تلك النماذج وأكثرها استخداماً سواء من طرف الباحثين الأكاديميين أو التطبيقيين، ومع ذلك، فهو ينطوي على بعض الصعوبات خاصة عند محاولة تحديد التذبذب الضمني، والذي يرتبط عادة بالمستقبل غير المتأكد منه. ومن بين النماذج ذات الأهمية في التسعير كذلك، نجد نموذج ثنائي الحد، وعلى الرغم من كونه أقل شهرة من نموذج بلاك وشولز، إلا أنه يعتبر أكثر دقة وأسهل عند حساب سعر الخيارات المالية. وقد تم من خلال بحثنا هذا شرح كلا النموذجين في التسعير مع أمثلة توضيحية، إضافة إلى الأسلوب البياني (غير شائع الاستخدام) ونموذج تماثل حقوق خيارات الشراء والبيع، والذي يستخدم عادة لتسعير خيارات البيع، كما يمكن اعتباره اختباراً لصحة النماذج السابق الإشارة إليها.

قائمة المراجع:

1. سمير عبد الحميد رضوان، «المشتقات المالية، ودورها في إدارة المخاطر ودور الهندسة المالية في صناعة أدواتها»، دار النشر للجامعات، مصر، 2005.
2. محمد محمود حبش، «الأسواق المالية العالمية وأدواتها المشتقة: تطبيقات عملية»، عمان الأردن، الطبعة 1، 1998.
3. وهبة الزحيلي، «المعاملات المالية المعاصرة»، دار الفكر، دمشق، سوريا، 2002، ص 502.
4. عبد العزيز هيكل فهمي، «موسوعة المصطلحات الاقتصادية والإحصائية»، دار النهضة العربية، بيروت، لبنان، الطبعة الثانية، 1981.
5. فريدي و صادر باز، د. جورج مكرم، «معجم المصطلحات المصرفية و مصطلحات البورصة و التأمين و التجارة الدولية»، اتحاد المصارف العربية، الطبعة الأولى، 1985.
6. محمد إسلام البرواري، «بورصة الأوراق المالية من منظور إسلامي: دراسة تحليلية نقدية»، دار الفكر، دمشق، سوريا، 2001.
7. محمد محمود حبش، «الأسواق المالية العالمية وأدواتها المشتقة: تطبيقات عملية»، عمان الأردن، الطبعة 1، 1998.
8. محمد مطر، «أدوات الاستثمار: الإطار النظري والأدوات العملية»، مؤسسة الوراق، عمان، الأردن، 1999.
9. محمد صالح الحناوي، «تحليل وتقييم الأسهم والسندات»، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2006.
10. عبد العال حماد، «المشتقات المالية: المفاهيم-إدارة المخاطر- المحاسبة»، الدار الجامعية، الإسكندرية، مصر، 2001.
11. محمود صبح، «الابتكارات المالية»، القاهرة، مصر، ط 1، 1998.
12. حمود بن سنجور بن هاشم، صالح كامل وآخرون، «الصناعة المصرفية العربية وعالم التمويل الحديث»، اتحاد المصارف العربية، 1995.

13. حمد مطر، «أدوات الاستثمار: الإطار النظري والأدوات العملية»، مؤسسة الوراق، عمان، الأردن، 1999، ص 262
14. هاشم فوزي دباس العبادي، «الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على استراتيجيات الخيارات المالية»، الوراق للنشر، الطبعة الأولى، 2008
15. محمد علي القري، «نحو سوق إسلامية»، مجلة دراسات اقتصادية إسلامية، البنك الإسلامي للتنمية، المجلد 1، العدد 1، 1993.
16. أحمد صلاح، «الأدوات المالية المشتقة»، مجلة البحوث التجارية، كلية التجارة، جامعة الرقازيق، المجلد 20، العدد 1، يناير 1998.
17. محمد أحمد لطفي عبد العظيم أحمد، «معوقات استخدام البنوك التجارية المصرية للأدوات المالية الحديثة في إدارة الأصول»، دراسة تحليلية، رسالة ماجستير في إدارة الأعمال، كلية التجارة بالإسماعيلية، جامعة قناة السويس، 2002 .
18. هبة محمود الطنطاوي الباز، «التطورات العالمية و تأثيرها على العمل المصرفي واستراتيجية عمل البنوك في مواجهتها»، رسالة ماجستير في الاقتصاد، كلية التجارة، جامعة عين شمس، 2003.
19. Black, F. and M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, Volume 81, No. 3, pp. 637-654.
20. Reuters Financial Glossary, PEARSON Education, Reuters Ltd, 2nd edition, 2003.
21. Hull, J. C. (2006), Options, Futures, and Other Derivatives, 6th edition, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
22. Black, M & Scholes, M (1973), 'The Pricing of Options and Corporate Liabilities', Journal of Political Economy, vol. 81, no. 3, May/June
23. Cox, John C., Stephen A. Ross, and Mark Rubinstein. 1979. "Option Pricing: A Simplified Approach", Journal of Financial Economics 7: 229-263.
24. WafaAbdelmalek, Sana Ben Hamida, and FathiAbid, (2009) "Selecting the Best Forecasting-Implied Volatility Model Using Genetic Programming", Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Vol 2009, Article ID 179230, 19 pages