

مقال في منهجية القياس الاقتصادي: نحو رفع الغموض عن نماذج تصحيح التوازن

AN ESSAY ON ECONOMETRIC METHODOLOGY: TOWARDS DEMYSTIFYING EQUILIBRIUM-CORRECTION MODELS

بوعراب رابع

جامعة الجزائر 3، الجزائر *

bouarab.rabah@univ-alger3.dz

تاريخ القبول: 2022/11/17

تاريخ الاستلام: 2022/10/11

مستخلص:

يهدف من خلال هذه الورقة إلى تسليط الضوء على عدد من النقاط المهمة التي نعتقد أن إغفالها سبب في ظهور تطبيقات تعكس بعض الغموض المحيط بفهم نموذج تصحيح التوازن. بعد تحديدنا للعوامل المرجح تسببها في هذا الغموض، والتي تحججنا بكونها ناتجة عن اتباع منهجية "كتب تدريس القياس الاقتصادي"، قمنا بتناول كل منها بنوع من التفصيل مع التركيز على الخصائص المميزة لنموذج تصحيح التوازن بالنسبة لكل عامل.

الكلمات المفتاحية: نماذج تصحيح التوازن؛ منهجية القياس الاقتصادي؛ النمذجة القياسية.

تصنيف JEL: C29 ; C19 ; C5.

Abstract:

we aim throughout this paper to shed light on a number of important points, the ignorance of which, we believe, has given rise to applications that reflect some ambiguity surrounding the understanding of the equilibrium-correction model. having identified the factors most likely to have caused this ambiguity, which we argued are due to the adoption of the "textbook econometrics" methodology, we have addressed each of them individually, highlighting the distinctive features of the equilibrium correction model in relation to each factor.

Keywords: Equilibrium-correction models; Econometric methodology; Econometric modelling.

Jel Classification Codes : C29; C19; C5

مقدمة:

* بوعراب رابع، أستاذ محاضراً، جامعة الجزائر 3، bouarab.rabah@univ-alger3.dz.

يعد نموذج تصحيح التوازن أحد أكثر نماذج القياس الاقتصادي استخداماً لتمثيل الظواهر الاقتصادية المختلفة، ويرجع ذلك لإتاحته إمكانية أخذ خصائص البيانات (لا سيما الاعتماد الزمني) بالاعتبار مع الاحتفاظ بالنظرية الاقتصادية التي يرجح الباحث "صحتها" في شكل علاقة توازنية يؤول إليها النظام في الأجل الطويل ما لم يتعرض لصدمات خارجية.

رغم ذلك، سرعان ما يكشف الاطلاع على بعض الأعمال المنشورة المستخدمة لنموذج تصحيح التوازن عن بعض "الغموض" المحيط بفهم هذا النموذج. الهدف الرئيسي لهذه الورقة هو المساهمة نحو رفع هذا الغموض. حجتنا هي أن هذا الغموض ناجم بالأساس عن اتباع منهجية غير سليمة للنمذجة القياسية الاقتصادية، تحديداً، منهجية "كتب تدريس القياس الاقتصادي". إن الطريقة التي يتم بها تقديم نموذج تصحيح التوازن في إطار هذه الكتب تقود إلى مغالطات تاريخية؛ تخفي حقيقة أن عدداً كبيراً من نماذج القياس الاقتصادي واسعة الاستخدام يتضمن آليات لتصحيح التوازن، ما يجعل من هذه النماذج نماذج تصحيح توازن؛ وهو ما يساهم بدوره في حجب بعض الخصائص المميزة لهذا النموذج (لا سيما الإحصائية منها) ويحول دون الاستفادة من هذه الخصائص؛ كما أن تركيز "كتب تدريس القياس الاقتصادي" على التقدير، الراجع لحصرها لدور القياس الاقتصادي في "تكميم" النظريات الاقتصادية مع افتراض "صحة" هذه الأخيرة، يحول دون "اكتشاف" الباحث ما إذا كان نموذج تصحيح التوازن يمثل السيرورة المولدة للبيانات تمثيلاً "جيداً" – أو بالأحرى، يحول دون اكتشاف نموذج تصحيح التوازن الأنسب، إن وُجد، لتمثيل السيرورة المولدة للبيانات.

إن تفاعل العوامل آنفة الذكر هو، حسب رأينا، سبب الغموض المشار إليه أعلاه. بناءً على ذلك، فإن أي محاولة لرفع هذا الغموض تستلزم: وضع النموذج في سياقه التاريخي؛ توضيح العلاقة بين نموذج تصحيح التوازن ومختلف نماذج القياس الاقتصادي مع إبراز مزايا "تحويل" هذه الأخيرة إلى تمثيل تصحيح التوازن؛ تبين كيفية اشتقاق نموذج تصحيح التوازن انطلاقاً من "النظرية الاقتصادية"؛ وفي الأخير، تبين كيفية اشتقاق نموذج تصحيح التوازن انطلاقاً من السيرورة المولدة للبيانات، مروراً بعدد من المفاهيم القياسية الاقتصادية ذات الصلة كالتكامل المشترك والخارجية بأنواعها. قبل ذلك سنتطرق في القسم الفرعي التالي بشكل موجز إلى مفهوم إحدى المصطلحات المفتاحية بتسمية النموذج، تحديداً، "التوازن".

1- استطراد موجز: مفهوم التوازن

لا شك في كون مصطلح "التوازن" من أكثر المصطلحات استخداماً في علم الاقتصاد، حتى أن بعض الاقتصاديين يَرَوْنَ أن مفهوم التوازن يمثل أساس هذا العلم (أنظر، مثلاً، (Milgate (1987). رغم ذلك، لا يبدو المعنى المقصود من استخدام المصطلح موحداً، ومن الواضح أن "التوازن" يستخدم للتعبير عن عددٍ من المفاهيم المختلفة (أنظر (Setterfield (1997). لعلَّ أبرز المفاهيم التي يُستخدم مصطلح التوازن للتعبير عنها هو أنه الحالة التي يتساوى فيها الطلب على سلعة معينة مع عرضها، أو ما يعرف بـ "توازن السوق"، كما يستخدم المصطلح للتعبير عن الحالة التي لن يقوم عندها أي فرد عقلائي بتغيير استراتيجيته بالنظر إلى استراتيجية باقي الأفراد، وهو ما يعرف في "نظرية الألعاب" بتوازن Nash. إلا أن تعريف "التوازن" الأنسب لغرض بحثنا هو بأنه الحالة التي لا يميل النظام إلى التغيير عند بلوغها ((Banerjee et al. (1993). يترتب عن كل اختلال عن حالة التوازن "تصحيح" نحوها شرط تميز التوازن بخاصية الاستقرار، وشرطاً توفر هذه الخاصية فإن كل لا توازنٍ يحمل بذور فناءه الذاتي كون النظام سيسعى في الأجل الطويل إلى التصحيح نحو الحالة التوازنية.

إنَّ ما يقابل مفهوم التوازن في النظرية الاحصائية هو مفهوم الاستقرار، وحتى نقول عن سيرورة عشوائية أنها مستقرة يجب أن يتميز توزيعها بالثبات عبر الزمن. سيتم فيما يلي الاعتماد على مفهوم الاستقرار في تحديد ما إذا كان التوازن المفترض بين مجموعة من المتغيرات الاقتصادية يتميز بخاصية الاستقرار، أي ما إذا كان الاختلال عن العلاقة التوازنية سَيَنْجَرُ عنه تصحيح نحوها في الأجل الطويل. بأخذ ما سبق في الاعتبار، سنقوم في الأقسام اللاحقة بتناول موضوع التوازن من منظور القياس الاقتصادي، وذلك بعد التطرق بإيجاز إلى تاريخ نموذج تصحيح التوازن فيما يلي.

2- موجز حول تاريخ نموذج تصحيح التوازن:

قد لا نجد عملاً تطبيقياً واحداً يتم فيه فصل نموذج تصحيح التوازن عن التكامل المشترك، وقد يبدو ذلك طبيعياً لاتسام أغلب البيانات الاقتصادية بـ "عدم الاستقرارية". إلا أن التمعن يقودنا إلى استنتاج أن سبب ذلك هو تبني الباحثين لمنهجية "كتب تدريس القياس الاقتصادي" في أعمالهم التطبيقية، كون هذه الكتب تقوم بتقديم المفهومين كوجهين لعملية واحدة. لعلَّ الأسوأ من ذلك هو الاعتقاد المترتب بأن Engle and Granger (1987) هي الورقة "المؤسسة" لنموذج تصحيح التوازن، خاصة وأن Granger نفسه صرَّح بأن اكتشافه للتكامل المشترك كان نتيجة محاولته اثبات

عدم ملائمة صياغة نموذج تصحيح التوازن لاعتقاده أنه يترتب عنها ظهور متغيرات ذات درجات تكامل مختلفة بطرفي المعادلة (أنظر، (Granger (2004).

إن تطور نموذج تصحيح التوازن مقترن بشكل أساسي بمدرسة لندن للاقتصاد (London School of Economics)، وتعود جذور النموذج إلى Phillips (1954) أين تم استخدام مصطلح "تصحيح الخطأ" في سياق اقتصادي للمرة الأولى. تمثلت فكرة Phillips ذي الخلفية الهندسية في تصميم نموذج يتم من خلاله محاولة الحفاظ على مستوى متغيرة اقتصادية معينة عند حد مرغوب وتصحيح أي خطأ ناجم عن عدم مساواة القيمة المحققة للمتغيرة قيمتها المرغوبة عبر التحكم في أدوات السياسة الاقتصادية.

3- انتشار نماذج تصحيح التوازن:

يتم تقديم نموذج تصحيح التوازن في إطار "كتب تدريس القياس الاقتصادي" كنتيجة لتعديل معلمات نموذج الانحدار الذاتي ذو التأخيرات الموزعة، ورغم كون هذا الأخير يشمل عدداً كبيراً من نماذج القياس الاقتصادي واسعة الاستخدام كحالات خاصة منه (كما يبرزه الجدول 1)، من الجلي أن إمكانية "تحويل" هذه النماذج هي الأخرى إلى صياغة تبرز العلاقة التوازنية التي تؤول إليها بشكل صريح (تمثيل تصحيح التوازن) غائبة عن الإدراك العام. سنقوم فيما يلي بالتحويل إلى تمثيل تصحيح التوازن نموذجين من النماذج المتناولة في إطار "كتب تدريس القياس الاقتصادي"، تحديداً، نموذج الانحدار الساكن ونموذج Koyck للتأخيرات الموزعة غير المنتهية، كما سنتناول في القسم التالي نموذج التعديل الجزئي (أنظر كذلك، (Hendry (2010)).

الجدول 1. نموذج الانحدار الذاتي ذو التأخيرات الموزعة وبعض صيغته المقيدة

القيود المفروضة	المعادلة	النموذج
-	$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 y_{t-1} + \beta_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$	انحدار ذاتي ذو تأخيرات موزعة
$\beta_2 = \beta_3 = 0$	$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + v_t$	انحدار ساكن
$\beta_1 = \beta_3 = 0$	$y_t = \beta_0 + \beta_2 y_{t-1} + \xi_t$	انحدار ذاتي
$\beta_2 = 1$ $\beta_3 = -\beta_1$	$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \zeta_t$	انحدار للفروقات
$\beta_3 = 0$	$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 y_{t-1} + \eta_t$	تعديل جزئي
$\beta_0 = (1 - \beta_2)\alpha$ $\beta_3 = -\beta_1 \beta_2$	$y_t = \alpha + \beta_1 x_t + u_t$ $u_t = \beta_2 u_{t-1} + e_t$	عامل مشترك (انحدار ذاتي للأخطاء)
$\beta_2 = 0$	$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_3 x_{t-1} + \omega_t$	تأخيرات موزعة

-	$\Delta y_t = \beta_1 \Delta x_t - (1 - \beta_2)(y - \kappa_0 - \kappa_1 x)_{t-1} + \epsilon_t$	تصحيح توازن ¹
---	---	--------------------------

المصدر: (Hendry (1995, p. 232) (بتصرف).

ليكن لدينا نموذج الانحدار وفق الصيغة التالية:

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_{i,t} + \epsilon_t = \beta_0 + \beta' x_t + \epsilon_t \quad (1)$$

بحيث أن: $\epsilon_t \sim IN(0, \sigma_\epsilon^2)$ يمثل حد الخطأ، وبافتراض أن هذا الأخير مستقل عن المتغيرات "الخارجية" يكون لدينا:

$$E(\epsilon_t | x_t) = E(y_t - \beta_0 - \beta' x_t | x_t) = 0. \quad (2)$$

تُعرّف المعادلة (2) العلاقة التوازنية المتضمنة في المعادلة (1). لتوضيح ذلك، نعيد صياغة (1) من خلال تعويض مستوى المتغيرات بفروقاتها إضافة لإدراج العلاقة التوازنية المعرفة في (2) بتأخير واحد. ينتج عن ذلك ما يلي:

$$\Delta y_t = \beta' \Delta x_t - (y_{t-1} - \beta_0 - \beta' x_{t-1}) + \epsilon_t \quad (3)$$

المعادلة (3) تمثل نموذج الانحدار (1) في شكل نموذج تصحيح توازن، والملاحظ أن معامل تصحيح التوازن بهذه المعادلة مساوي لـ -1 ما يعني أن كل اختلال عن العلاقة التوازنية يتم تصحيحه كلياً في الفترة الموالية وهو ما يعتبر انعكاساً لكون النموذج (1) ساكناً.

لتحويل النموذج من الصيغة (1) إلى تمثيل تصحيح التوازن عدد من المزايا الجديرة بالذكر: أولاً، صلاحية التحويل غير مرتبطة بدرجة تكامل المتغيرات المدرجة شرط "استقرارية" العلاقة التوازنية في حال كانت (بعض أو كل) عناصر الشعاع $z_t' = (y_t, x_t')$ متكاملة، إذ أن عدم "استقرارية" العلاقة التوازنية سيعني أن العلاقة المعبر عنها بنموذج الانحدار (1) "زائفة"، وهو ما يجب أن يترتب عنه استبعادها للحفاظ على توازن المعادلة (3) شرط استخدام طريقة الاستدلال الملائمة (أنظر الملحق).

ثانياً، في حال وجود ارتباط قوي بين المتغيرات "الخارجية" غالباً ما يقود التحويل إلى تمثيل تصحيح التوازن إلى التقليل من حدة الارتباط وهو ما يؤدي إلى تفادي المشاكل الناجمة عن التعدد الخطي (أنظر الجدول 2).

¹ مع $\kappa_1 = (1 - \beta_2)^{-1}(\beta_1 + \beta_3)$ و $\kappa_0 = (1 - \beta_2)^{-1}\beta_0$

² التوازن المقصود في هذا السياق هو تساوي درجة تكامل المتغيرات بطرفي المعادلة: استخدام آخر لمصطلح "التوازن" في الاقتصاد!

ثالثاً، ورغم أن ذلك قد لا يبدو واضحاً بالنسبة لنموذج الانحدار الساكن، تفسير معاملات نموذج تصحيح التوازن يكون أسهل مقارنة بالنموذج الخام خاصة وأنه يتيح الفصل بين التأثير في المديين القصير والطويل.

الجدول 2. مصفوفة الارتباط للمركبات العشوائية قبل وبعد التحويل إلى تمثيل تصحيح التوازن

	x_{2t}	
x_{1t}	0.987	
	Δx_{2t}	\widehat{ecm}_{t-1}
Δx_{1t}	0.51	2.23×10^{-5}
Δx_{2t}	1	3.78×10^{-4}

تمثل عناصر الجدول متوسط معاملات الارتباط بين المركبات العشوائية المحسوب من خلال نفس المحاكاة الموصوفة بالملحق بالنسبة للحالة الثانية.

لنعتبر الآن نموذج التأخيرات الموزعة غير المنتهية التالي:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i x_{t-i} + \epsilon_t \quad (4)$$

لتخفيض بُعد فضاء المعلمات، اقترح Koyck (1954) طريقة لتقدير معاملات النموذج أعلاه من خلال تحويله إلى نموذج انحدار ذاتي وذلك بافتراض أن المعلمات β_i تضمحل هندسياً وفق³:

$$\beta_i = \beta_0 \lambda^i \quad (i \geq 0, 0 \leq \lambda < 1) \quad (5)$$

بتعويض (5) في (4) مع إدخال معامل التأخير L نتحصل على:

$$y_t = \beta_0 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i L^i x_t + \epsilon_t = \beta_0 (1 - \lambda L)^{-1} x_t + \epsilon_t \quad (6)$$

وبضرب طرفي المعادلة (6) في $(1 - \lambda L)^{-1}$ ، وبعد التعديل، نتحصل على:

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \beta_0 x_t + v_t \quad (7)$$

بحيث أن $v_t = (1 - \lambda L)^{-1} \epsilon_t$.

³ لاحقاً، تم اقتراح عدد من الطرق البديلة لطريقة Koyck منها طريقة Solow (1960) التي تعد أقل تقييداً للمعلمات من طريقة Koyck بحيث أنها تشمل طريقة هذا الأخير كحالة خاصة.

بتقدير معاملات المعادلة الأخيرة يمكننا استنتاج قيم تقديرية لمعاملات النموذج (4) من خلال القيد (5) وكذا حساب مختلف المضاعفات المرغوبة، مع ملاحظة أن β_0 تمثل الأثر الآني. بدلا من ذلك يمكننا صياغة المعادلة (7) في شكل نموذج تصحيح توازن كما يلي:

$$\Delta y_t = \beta_0 \Delta x_t - (1 - \lambda) \underbrace{(y_{t-1} - \kappa x_{t-1})}_{\text{العلاقة التوازنية}} + v_t$$

بحيث أن $\kappa = (1 - \lambda)^{-1} \beta_0$ تمثل الأثر الكلي، بينما يمثل الحد $(\lambda - 1)$ معامل تصحيح التوازن. من الواضح الآن أن التحويل إلى تمثيل تصحيح توازن يتيح رؤية كلاً من الأثرين الآني والكلي في النموذج ذاته إضافة إلى مدى سرعة التعديل الناجم عن أي اختلال عن العلاقة التوازنية وهو ما يسهل تفسير المعلمات المقدره.

4- اشتقاق نموذج تصحيح التوازن انطلاقاً من فرضية اقتصادية: نموذج التعديل الجزئي

إحدى أهم مزايا نموذج تصحيح التوازن هو إمكانية اشتقاقه انطلاقاً من "النظرية الاقتصادية"، وهو ما سنسعى لتوضيحه فيما يلي بالانطلاق من أحد أكثر النماذج استعمالاً من قِبل الاقتصاديين، تحديداً، نموذج التعديل الجزئي (أنظر، من بين العديد من الآخرين، Kennan (1979)، (1985)، Nickell (1985)، و Pagan (1985)).

يظهر نموذج التعديل الجزئي نتيجة تدنية دالة خسارة تربيعية تتضمن تكاليف متعلقة بانحراف الأعوان عن خططهم وكذا محاولتهم التعديل عند الانحراف. لنفترض أن القيمة المثلى المستهدفة من قِبل الأعوان، y_t^* ، تعتمد على توقعاتهم حول شعاع المتغيرات x_t (بغض النظر عن طريقة تكوين التوقعات)، أي:

$$y_{t+i}^* = \kappa x_{t+i}^e \quad (8)$$

علماً أن خطط الأعوان، y_t^p ، مبنية على أساس ما يملكونه من معلومات في الفترة t :

$$y_t^p = E[y_t | J_t] \quad (9)$$

أين J_t تمثل المعلومات التي يحوزها الأفراد في الفترة t . يمكن لدالة الخسارة أن تأخذ الشكل التالي:

$$\mathcal{L} = E \left[\sum_{i=0}^{\infty} \theta^i ((y_{t+i} - y_{t+i}^*)^2 + \varphi (y_{t+i} - y_{t+i-1})^2) | J_t \right] \quad (10)$$

بحيث أن θ يمثل معدل الخصم و φ تكلفة التعديل، كما بالإمكان تعميم (10) في عدة اتجاهات كإدراج حد يعكس نمو المتغيرة y_t مع الزمن كما اقترح Pagan (1985)، أو الأخذ بالاعتبار إمكانية عدم تناظر تكلفة التعديل حسب عتبة معينة. عوضاً عن ذلك، سنقوم بتبسيط الدالة دون فقدان للعمومية وذلك بافتراض $\theta = 1$. من خلال تدنية (10) بالنسبة لـ y_t نتحصل على:

$$E[(y_t - y_t^* + \varphi(y_t - y_{t-1}) - \varphi(y_{t+1} - y_t)) | \mathcal{J}_t] = 0$$

وبإدخال معامل التأخير L مع التعديل يصبح لدينا:

$$E[(L^{-1} - (2 + \varphi^{-1}) + L)y_t | \mathcal{J}_t] = -\varphi^{-1}E[y_t^* | \mathcal{J}_t] \quad (11)$$

بملاحظة أن $(L^{-1} - (2 + \varphi^{-1}) + L) = (L^{-1} - \beta_2)(1 - \beta_1 L)$ ، مع:

$$\beta_1 \beta_2 = 1 \quad \& \quad \beta_1 + \beta_2 = 2 + \varphi^{-1}$$

يمكننا إعادة كتابة (11) كالآتي:

$$\begin{aligned} E[(1 - \beta_1 L)y_t | \mathcal{J}_t] &= \varphi^{-1}E[(\beta_2 - L^{-1})^{-1}y_t^* | \mathcal{J}_t] \\ &= \beta_1 \varphi^{-1}E[\sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i y_{t+i}^* | \mathcal{J}_t] \quad (12) \end{aligned}$$

بإمكاننا كتابة (12)، بالأخذ بالاعتبار أن $(1 - \beta_1)^2 = \beta_1 \varphi^{-1}$ ، في الشكل التالي:

$$E[y_t | \mathcal{J}_t] = \beta_1 y_{t-1} + (1 - \beta_1) y_t^{**} \quad (13)$$

بحيث أن $y_t^{**} = \{(1 - \beta_1) \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i E[y_{t+i}^* | \mathcal{J}_t]\}$

إذا قمنا بتعريف الخطأ في خطة الأعوان بـ $\epsilon_t = y_t - y_t^p$ ، مع ملاحظة أن (9) تستلزم أن

$E[\epsilon_t | \mathcal{J}_t] = 0$ ، ما يعني أن الأعوان يقومون باستغلال كافة المعلومات بحوزتهم وهو ما يتسق مع

افتراض عقلانيتهم، نتحصل على:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + (1 - \beta_1) y_t^{**} + \epsilon_t \quad (14)$$

وبتعديل (14) نتحصل على تمثيل تصحيح التوازن:

$$\Delta y_t = (1 - \beta_1) \Delta y_t^{**} - (1 - \beta_1)(y_{t-1} - y_{t-1}^{**}) + \epsilon_t \quad (15)$$

من المعادلة الأخيرة يتضح أن y_t تتعدل لكل من التغيرات في القيمة المستهدفة ومقدار الابتعاد عنها في الفترة السابقة.

للتخلص من مشكل ظهور متغيرة كامنة في المعادلة (15) يتوجب توصيف نموذج لتوقعات

الأعوان حول x_t ، وبافتراض أن هذا النموذج من الشكل:

$$x_{t+i}^e = \phi^i x_t \quad |\phi| < 1 \quad (16)$$

وبالتعويض في (8) ثم في (15)، مع الأخذ بالاعتبار تعريف y_t^{**} ، نتوصل إلى الصياغة التالية:

$$\Delta y_t = \kappa^* (1 - \beta_1) \Delta x_t - (1 - \beta_1)(y_{t-1} - \kappa^* x_{t-1}) + \epsilon_t$$

$$\cdot \kappa^* = \frac{\kappa(1-\beta_1)}{(1-\beta_1\phi)} \text{ بحيث أن:}$$

5- اشتقاق نموذج تصحيح التوازن انطلاقاً من السيرورة المولدة للبيانات: نظرية "التخفيض"

لعل التساؤل الأبرز، طالما تعلق الأمر بالنمذجة القياسية الاقتصادية، يتعلق بمدى معقولية تمثيل نموذج تصحيح التوازن للبيانات الاقتصادية. يقودنا هذا التساؤل إلى استكشاف الظروف الأعم التي أدت إلى ظهور هذه البيانات بالأساس.

تنتج البيانات الاقتصادية عن تفاعل سلوك الأعوان في اقتصاد معين وتتاح للجمهور من قبل الجهاز الإحصائي المخول له قياس هذا السلوك، رغم أن عدد المبادلات اليومية التامة من قبل الأعوان في أي اقتصاد يحول دون إمكانية تسجيلها بالدقة المرغوبة. ينصب الاهتمام في النمذجة الاقتصادية الكلية على المجموعات الاقتصادية كونها أكثر إفادة حول وضعية الاقتصاد على المستوى الكلي، وإذا رمزنا لكافة المجموعات المقاسة الخاصة باقتصاد معين بـ $(\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_T)$ ، بحيث أن $T, \dots, 1 = t$ تمثل "عينة الدراسة"، يمكننا كتابة دالة الكثافة المشتركة لهذه المجموعات بالشكل التالي:

$$D(\mathbf{w}_T^1 | \mathbf{w}_0, \mathbf{Q}_T^1; \mathbf{v}_T^1) \quad (17)$$

بحيث أن: $D(\cdot)$ تمثل دالة الكثافة، \mathbf{w}_0 القيم الأولية، \mathbf{Q}_T^1 مصفوفة تحتوي كافة المركبات المحددة الضرورية، و $\mathbb{R}^k \ni \mathbf{Y} \supseteq \mathbf{v}_T^1$ تمثل معاملات دالة الكثافة. إن دالة الكثافة (17) هي ما يعرف بالسيرورة المولدة للبيانات، وتتميز هذه الأخيرة بكونها فائقة التعقيد كونها تمثل التوزيع المشترك لعدد هائل من المتغيرات الاقتصادية التي تتسم هي الأخرى بالتعقيد كونها تمثل انعكاساً لسلوك الأعوان. نظراً لذلك، فإن الهدف من النمذجة القياسية الاقتصادية ينبغي أن يتمثل في الوصول إلى أبسط تمثيل ممكن للسيرورة المولدة للبيانات مع مراعاة عدم فقدان معلومات مهمة متعلقة بالظاهرة المراد دراستها، ويتم ذلك مروراً بعدد من الخطوات سنسعى إلى توضيحها فيما يلي (لشرح تفصيلي لنظرية "التخفيض" أنظر، مثلاً، Hendry (1995, Ch. 9) و Hendry and Doornik (2014, Ch. 6)). يتضح مما سبق أن مباشرة النمذجة بالانطلاق من نموذج نظري معين مع افتراض "صحته" (أي افتراض أن النموذج يمثل السيرورة المولدة للبيانات) يجعل من جودة النموذج

مقرونة بجودة النظرية الاقتصادية المبني عليها، وما لم تكن هذه الأخيرة "كاملة" و"صحيحة"⁴ قد يقود استخدام النموذج للغرض الذي صيغ لأجله إلى عواقب غير مرغوبة.

من خلال "قاعدة الجداء"، التي تنص على أن:

$$P(A, B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

وباعتماد الترتيب الزمني، بالإمكان كتابة (17) كما يلي:

$$\prod_{t=1}^T D(\mathbf{w}_t | \mathbf{W}_{t-1}, \mathbf{q}_t; \mathbf{v}_t) \quad (18)$$

بحيث أن $(\mathbf{W}_0, \mathbf{W}_{t-1}^1) = \mathbf{W}_{t-1}$. يُمكننا ذلك من تعريف الأخطاء في النموذج الاحصائي كالاتي:

$$\xi_t = \mathbf{w}_t - E[\mathbf{w}_t | \mathbf{W}_{t-1}, \mathbf{q}_t] \quad (19)$$

ويتضح من (19) أن: $E[\xi_t | \mathbf{W}_{t-1}, \mathbf{q}_t] = \mathbf{0}$ ، ما يعني أن ξ_t تمثل ابتكاراً بالنسبة للمعلومات المتضمنة في \mathbf{W}_{t-1} ، إلا أن ذلك لا يقلل من تعقيد دالة الكثافة (17) ولا يمثل سوى بداية الطريق نحو نموذج إحصائي مبسط لها.

إذا كنا بصدد دراسة ظاهرة اقتصادية كلية y ، انطلاقاً من نظرية اقتصادية معينة، ولتكن أبسط صيغة للمعادلات (8)-(10) التي تعطينا⁵:

$$E[y_t | J_t] = \kappa x_t \quad (20)$$

بحيث أن النموذج النظري يقوم على افتراض أن الشعاع x يحتوي n متغيرة "خارجية" وأن κ تمثل المعلومات ذات الأهمية. ليرمز للبيانات المتعلقة بالمتغيرات النظرية (y_t, x_t') لكامل فترة الدراسة بـ \mathbf{Z}_T^1 . إن كَوْن المتغيرات \mathbf{Z}_t متعلقة بظواهر اقتصادية كلية يعني أن \mathbf{Z}_T^1 تمثل جزءاً من \mathbf{W}_T^1 ، وبالتالي فإن النظرية الاقتصادية تقسم البيانات إلى $(\bar{\mathbf{W}}_T^1, \mathbf{Z}_T^1) = \mathbf{W}_T^1$ ، بحيث أن $\bar{\mathbf{W}}_T^1$ تمثل المجموعات المتبقية بعد حذف \mathbf{Z}_T^1 . بناءً على ذلك، يمكننا تعميل (18) إلى كثافة شرطية وكثافة هامشية كما يلي:

$$\prod_{t=1}^T D(\bar{\mathbf{w}}_t | z_t, \mathbf{W}_{t-1}, \mathbf{q}_t; \rho_t) D(z_t | \mathbf{W}_{t-1}, \mathbf{q}_t; \varphi_t) \quad (21)$$

⁴ يُعرّف Hendry and Johansen (2015) نموذجاً نظرياً بأنه كامل وصحيح إذا ما احتوى تحديداً نفس المتغيرات المحتواة في السيرورة المولدة للبيانات، إضافة لكون هذه المتغيرات تدخل النموذج بنفس الشكل الدالي كما في السيرورة المولدة للبيانات. إن كون السيرورة المولدة للبيانات غير معروفة للباحث يحول دون إمكانية التحقق المباشر من الشروط المذكورة، ما يجعل من "اكتشاف" نموذج يمثلها تمثيلاً جيداً هدفاً أساسياً لأي دراسة.

⁵ للوصول إلى (20) يكفي افتراض أن التعديل نحو القيمة المسهّدة من قبل الأعوان غير مُكلف، أي افتراض أن $\varphi = 0$ في المعادلة (10).

اكتفاؤنا بتحليل Z_T^1 دون \bar{W}_T^1 مكافئ لعملية تهميش (18) بالنسبة لـ \bar{W}_T^1 ، ما ينتج عنه:

$$\prod_{t=1}^T D(z_t | W_{t-1}, q_t; \varphi_t) \quad (22)$$

وهو ما يكون دون فقدان للمعلومات إذا فقط إذا كانت: (1) المعلمات ذات الأهمية دالة لـ φ_t فقط؛ و(2) ρ_t و φ_t حرة التغير⁶. بالإضافة إلى ذلك، يتوجب تهميش (22) بالنسبة للقيم الماضية

التي تدخل (22) عبر W_{t-1} ، وهو ما يعطينا:

$$\prod_{t=1}^T D(z_t | Z_{t-1}, \bar{W}_0, q_t; \psi_t) \quad (23)$$

ويكون ذلك دون فقدان للمعلومات فقط إذا كان $\varphi_t = \psi_t$ ، ما يعني أن \bar{w}_t لا تسبب (بمفهوم Granger) Z_t .

للوصول إلى نموذج إحصائي عملي يتطلب الأمر تخفيض بُعد فضاء المعلمات ψ_t ويمكن تحقيق ذلك من خلال فرض قيود على ذاكرة Z_t ، فإذا افترضنا أن عدداً محدوداً ($T > S$) من التأخيرات يلعب دوراً في النموذج الاحصائي لـ Z_t ، وإذا رمزنا لهذا النموذج بـ $f(\cdot)$ ، يكون التخفيض من (23) كما يلي:

$$\prod_{t=1}^T D(z_t | Z_{t-1}, \bar{W}_0, q_t; \psi_t) \Rightarrow \prod_{t=1}^T f(z_t | Z_{t-1}^{t-S}, Z_0^{1-S}, q_t; \theta_t) \quad (24)$$

مع ملاحظة أنه تم الاقتصار على القيم الأولية لـ Z فقط في النموذج الاحصائي. التخفيض إلى الطرف الأيمن لـ (24) دون يكون دون فقدان لمعلومات مهمة ما لم تتبين أهمية عدد أكبر من التأخيرات من ذلك المحدد مسبقاً، وهو ما يمكن اختباره بشكل مباشر.

قد نتمكن من تقريب $f(\cdot)$ إلى التوزيع الطبيعي شرط التحويل المناسب لـ Z_t بهدف ضمان ثبات معلمات النموذج الناتج، بحيث يُعبر عن الثبات التام بـ $\theta_t = t \nabla \theta_0$ ، إضافةً إلى تجانس تباين أخطاء النموذج، وبافتراض أن الدالة $g(\cdot)$ تمثل الدالة المناسبة لتحويل البيانات⁷، يكون النموذج الناتج كما يلي:

$$f(z_t | Z_{t-1}^{t-S}, Z_0^{1-S}, q_t; \theta_0) \sim IN_{n+1}[\mu_t, \Omega] \quad (25)$$

بحيث أن

$$\mu_t = E[z_t | Z_{t-1}^{t-S}, Z_0^{1-S}, q_t] = \sum_{i=1}^S \Pi_i z_{t-i} + \Gamma q_t$$

و

⁶ نقول عن شعاعي المعلمات $\rho_t \ni P_t \ni \varphi_t \ni \Phi_t$ أنهما حُرَي التغير إذا كانت القيم التي تأخذها عناصر أحدهما لا تقيد فضاء معلمات الشعاع الآخر (أنظر، (Spanos (2019, p. 293).

⁷ لغرض الحفاظ على نفس الترميز، سنفترض فيما يلي أن $g(z_t) = z_t$

$$\Omega = E[(z_t - \mu_t)(z_t - \mu_t)' | Z_{t-1}^{t-s}, Z_0^{1-s}, q_t]$$

علماء أن $(\{\Pi_i\}_{i=1}^s, \Gamma, \Omega)$ دوال لـ θ_0 ، وبتعريف $\epsilon_t = z_t - \mu_t$ يتضح أن النموذج الإحصائي الناتج هو نموذج الانحدار الذاتي الشعاعي ذو البعد $n + 1$ التالي:

$$z_t = \sum_{i=1}^s \Pi_i z_{t-i} + \Gamma q_t + \epsilon_t \quad (26)$$

تجدر ملاحظة أنه في حال عدم فقدان أي معلومات مهمة خلال التخفيضات السابقة فإن ϵ_t تمثل ابتكاراً ليس بالنسبة لـ Z_{t-1} وحسب بل حتى بالنسبة لـ W_{t-1} أي $E[\epsilon_t | Z_{t-1}, q_t] = 0$ و $E[\epsilon_t | W_{t-1}, q_t] = 0$

للأخذ بعين الاعتبار خاصية تكامل المتغيرات الاقتصادية، ولضمان صلاحية الاستدلال في مراحل لاحقة، نقوم بتحويل (26) إلى نموذج تصحيح التوازن الشعاعي التالي:

$$\Delta z_t = \Pi z_{t-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \Gamma q_t + \epsilon_t \quad (27)$$

بحيث أن $\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^s \Pi_j$ ، $\Pi = \sum_{i=1}^s \Pi_i - I_{n+1}$. تسمى Π بمصفوفة الأجل الطويل وتحدد رتبها (r) حسب خصائص التكامل والتكامل المشترك لـ z_t . إذا تبين تكامل المتغيرات قيد الدراسة تكون المصفوفة Π ناقصة الرتبة، وفي حال وجود تكامل مشترك فإن رتبها تقع في المجال $0 < r < n + 1$ ، ويمكننا في هذه الحالة تفكيكها إلى $\Pi = \alpha\beta'$ ، بحيث أن المصفوفتان تامتي الرتبة α و β تحتويان أشعة التكامل المشترك ومعاملات التعديل على التوالي. بدون فقدان للعمومية، سنفترض فيما تبقى أن $r = 1$.⁸ بالتعويض في (27) نحصل على ما يلي:

$$\Delta z_t = \alpha\beta' z_{t-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \Gamma q_t + \epsilon_t \quad (28)$$

انطلاقاً من النموذج الإحصائي (28) بإمكاننا اشتقاق عدد كبير من نماذج القياس الاقتصادي، إلا أن أي باحث سيميل لاختيار النموذج الأقرب شكلياً من نموذجه النظري وذلك لتسهيل تفسير النتائج. في هذا السياق سيكون مناسباً لنا اختيار نموذج "مشابه" لـ (20) وهو ما سيعني تخفيض (28) إلى نموذج ذو معادلة واحدة! لتحقيق ذلك نقوم، تماشياً مع نموذجنا النظري، بتعميل (25) إلى كثافة شرطية لـ $y_t | x_t$ وكثافة هامشية لـ x_t كما يلي:

$$f(z_t | Z_{t-1}^{t-s}, Z_0^{1-s}, q_t; \theta_0) = f_{y|x}(y_t | x_t, Z_{t-1}^{t-s}, Z_0^{1-s}, q_t; \theta_y) \\ f_x(x_t | Z_{t-1}^{t-s}, Z_0^{1-s}, q_t; \theta_x) \quad (29)$$

⁸ عملياً يتم تحديد r وفقاً لنتيجة طريقة Johansen لاختبار التكامل المشترك حسب الحالة المناسبة (أنظر، من بين العديد من الآخرين، Johansen (1996) و Juselius (2006)).

وبملاحظة أنه من (28) لدينا:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}_t &= (\Delta y_t, \Delta \mathbf{x}'_t)' & \boldsymbol{\alpha} &= (\alpha_y, \boldsymbol{\alpha}'_x)' & \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_{t-1} &= \boldsymbol{\beta}' (y_{t-1}, \mathbf{x}'_{t-1})' \\ \boldsymbol{\Gamma}_i &= (\boldsymbol{\gamma}'_{yi}, \boldsymbol{\Gamma}'_{xi})' & \boldsymbol{\Gamma} &= (\boldsymbol{\gamma}'_y, \boldsymbol{\Gamma}'_x)' & \boldsymbol{\epsilon}_t &= (\epsilon_{yt}, \boldsymbol{\epsilon}'_{xt})' \end{aligned}$$

مع

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega_{yy} & \omega_{yx} \\ \omega'_{yx} & \boldsymbol{\Omega}_{xx} \end{pmatrix}$$

يترتب عن (29) كتابة المعادلة (28)، مروراً بـ (26)، في الشكل:

$$\Delta y_t = \boldsymbol{\rho}' \Delta \mathbf{z}_t + \alpha^* \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \boldsymbol{\gamma}_i^* \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{q}_t + v_t \quad (30.1)$$

$$\Delta \mathbf{x}_t = \boldsymbol{\alpha}_x \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \boldsymbol{\Gamma}_{xi} \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \boldsymbol{\Gamma}_x \mathbf{q}_t + \boldsymbol{\epsilon}_{xt} \quad (30.2)$$

بحيث أن $\boldsymbol{\gamma}_i^* = \boldsymbol{\gamma}_{yi} - \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\Gamma}_{xi}$ ، $\alpha^* = \alpha_y - \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\alpha}_x$ ، $\boldsymbol{\rho}' = \omega'_{yx} \boldsymbol{\Omega}_{xx}^{-1}$ ، $v_t = \epsilon_{yt} - \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\epsilon}_{xt}$ و $\boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{\Gamma}_x$ (في شكل نماذج تصحيح توازن) النموذج الشرطي لـ $y_t | \mathbf{x}_t$ والنموذج الهامشي لـ \mathbf{x}_t على التوالي. في الحالة العامة، يترتب عن الاكتفاء بنمذجة الكثافة الشرطية بـ (29) فقدان لمعلومات حول الظاهرة قيد الدراسة، ويكون ذلك دون فقدان للمعلومات إذا وفقط إذا كانت:

(1) المعلومات ذات الأهمية دالة لـ $\boldsymbol{\theta}_y$ فقط:

(2) $\boldsymbol{\theta}_y$ و $\boldsymbol{\theta}_x$ حرة التغير، وفي حال تحقق الشرطين نقول أن \mathbf{x}_t ضعيفة الخارجية.

في إطار النموذج (30.1)-(30.2) عادة ما يمثل شعاع التكامل المشترك $\boldsymbol{\beta}$ المعلومات ذات الأهمية كونه يحتوي معلمات العلاقة التوازنية، وفي هذه الحالة يكفي تحقق الشرط $\boldsymbol{\alpha}_x = \mathbf{0}$ لتكون عناصر الشعاع \mathbf{x}_t ضعيفة الخارجية⁹ لبرهان ذلك، أنظر، (Johansen (1996), p. 122). النموذج الناتج عن كل التخفيضات السابقة هو نموذج تصحيح التوازن الشرطي التالي:

$$\Delta y_t = \boldsymbol{\rho}' \Delta \mathbf{z}_t + \alpha_y \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{s-1} \boldsymbol{\gamma}_i^* \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{q}_t + v_t \quad (31)$$

⁹ إضافة لذلك، إذا تبين عدم أهمية القيم الماضية لـ y_t في النموذج الهامشي لـ \mathbf{x}_t ، أي إذا تبين أن y_t لا تسبب \mathbf{x}_t بمفهوم Granger، فإن عناصر الشعاع \mathbf{x}_t قوية الخارجية، وهو شرط ضروري لصلاحيّة التنبؤ بالقيم المستقبلية لـ y_t من نموذجها الشرطي. أنظر، Engle et al. (1983).

ويمثل هذا الأخير تقريباً جيداً للسيرورة المولدة للبيانات شرط التأكد من عدم فقدان معلومات جراء عمليات التخفيض، وهو ما يتطلب الانطلاق من أعم نموذج ممكن واختبار صلاحية كل تخفيض يتم إجراؤه بالاعتماد على اختبارات سوء التوصيف.

خاتمة:

حاولنا من خلال هذه الورقة توضيح بعض النقاط المتعلقة بنموذج تصحيح التوازن التي نرى بأن إغفالها سبب في وجود أعمال تطبيقية منشورة تعكس بعض الغموض المحيط بفهم هذا النموذج. حجتنا هي أن اتباع منهجية سليمة للنمذجة القياسية الاقتصادية، غير تلك الموصى بها في "كتب تدريس القياس الاقتصادي"، التي نأسف لكونها واسعة الاستخدام رغم "المشاكل" الناتجة عن ذلك، من شأنه أن يساهم في رفع هذا الغموض، وقد أشرنا في الجزء الأخير من القسم السابق إلى ما نعتقد بأنها منهجية النمذجة المناسبة، تحديداً، البدء من العام إلى الخاص على طريقة Hendry التي يعد نموذج تصحيح التوازن أحد ركائزها الأساسية. أملنا هو أن يكون بحثنا ذا فائدة للباحثين وأن يمثل خطوة أولى نحو تبني منهجية سليمة للنمذجة القياسية الاقتصادية.

قائمة المراجع:

1. Alogoskoufis, G., and Smith, R. (1991). On error correction models: Specification, interpretation, estimation. *Journal of Economic Surveys* 5, 97-128.
2. Banerjee, A., J. J. Dolado, J. W. Galbraith, and D. F. Hendry (1993). Co-integration, Error Correction and the Econometric Analysis of Non-Stationary Data. Oxford: *Oxford University Press*.
3. Castle, J. L., Hendry, D. F. (2017). Clive W.J. Granger and cointegration. *European Journal of Pure and Applied Mathematics* 10, 58-81.
4. Engle, R. F., and Granger, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica* 55, 251-76.
5. Engle, R. F., Hendry, D. F., & Richard, J.-F. (1983). Exogeneity. *Econometrica* 51, 277-304.
6. Granger, C. W. J. (2004). Time series analysis, cointegration, and applications. *The American Economic Review* 94, 421-425.
7. Hendry, D. F. (1995). *Dynamic Econometrics*. Oxford: *Oxford University Press*.

8. Hendry, D. F. (2002). Applied econometrics without sinning. *Journal of Economic Surveys* 16, 591-604.
9. Hendry, D. F. (2004). The Nobel Memorial Prize for Clive W. J. Granger. *Scandinavian Journal of Economics* 106, 187-213.
10. Hendry, D. F. (2010). Equilibrium-correction models. In S. N. Durlauf, L. E. Blume (eds.) *Macroeconometrics and Time Series Analysis. The New Palgrave Economics Collection*. Palgrave Macmillan, London.
11. Hendry, D. F., & J. A. Doornik (2014). *Empirical Model Discovery and Theory Evaluation: Automatic Selection Methods in Econometrics*. Cambridge, Mass: MIT Press.
12. Hendry, D. F. and Johansen, S. (2015). Model discovery and Trygve Haavelmo's legacy. *Econometric Theory* 31, 93-114.
13. Johansen, S. (1996). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. Oxford: Oxford University Press.
14. Juselius, K. (2006). *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications*. Oxford: Oxford University Press.
15. Kennan, J. (1979). The estimation of partial adjustment models with rational expectations. *Econometrica* 47, 1441-1455.
16. Koyck, L. M. (1954). *Distributed Lags and Investment Analysis*. North-Holland, Amsterdam.
17. Milgate, M. (1987). Equilibrium: Development of the concept. In J. Eatwell, M. Milgate, and P. Newman (eds.) *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. London: Macmillan.
18. Nickell, S. (1985). Error correction partial adjustment and all that: An expository note. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 47, 119-130.
19. Pagan, A. R. (1985). Time-series behaviour and dynamic specification. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 47, 199-211.
20. Phillips, A. W. H. (1954). Stabilisation policy in a closed economy. *Economic Journal* 64, 290-323.
21. Setterfield, M. (1997). Should economists dispense with the notion of equilibrium? *Journal of Post Keynesian Economics* 20, 47-76.
22. Solow, R. M. (1960). On a family of lag distributions. *Econometrica* 28, 393-406.
23. Spanos, A. (1989). On re-reading Haavelmo: A retrospective view of econometric modeling. *Econometric Theory* 5,405-429.
24. Spanos, A. (1995). On theory testing in econometrics: Modeling with nonexperimental data. *Journal of Econometrics* 67, 189-226.

25. Spanos, A. (2019). *Probability Theory and Statistical Inference: Empirical Modeling with Observational Data*. Cambridge: *Cambridge University Press*.

الملاحق:

لغرض توضيح إحدى مزايا تحويل نموذج الانحدار إلى تمثيل تصحيح التوازن قمنا بإجراء محاكاة بالاستعانة ببرمجية "Eviews 10" وفقاً للتصميم التالي:

تمت صياغة النموذج الشرطي في الشكل التالي:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 y_{t-1} + \epsilon_{yt} \quad \epsilon_{yt} \sim IN(0, 1)$$

إضافة للنموذج "الهامشي" للمتغيرتين قويتي الخارجية $x'_t = (x_{1t}, x_{2t})$:

$$x_t = \Pi_1 x_{t-1} + v_t \quad v_t \sim IN_2(0, \Omega_v)$$

بحيث تم إعطاء عناصر المصفوفتين Π_1 و Ω_v القيم التالية:

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.8 & 0.7 \end{pmatrix} \quad \Omega_v = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1.8 \end{pmatrix}$$

تم إجراء المحاكاة للحالتين، علماً بأنه تم استخدام نفس الأرقام العشوائية لتوليد الأخطاء بالنسبة للحالتين:

• في الحالة الأولى تم إعطاء شعاع المعلمات β القيم التالية:

$$\beta' = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3) = (0, 0, 0, 1)$$

أي أن y_t مولدة كسيرورة سير عشوائي مع $y_0 = 0$.

• في الحالة الثانية تم إعطاء شعاع المعلمات β القيم التالية:

$$\beta' = (0, 0.5, 0.9, 0)$$

قمنا بالنسبة للحالتين بتقدير النموذج

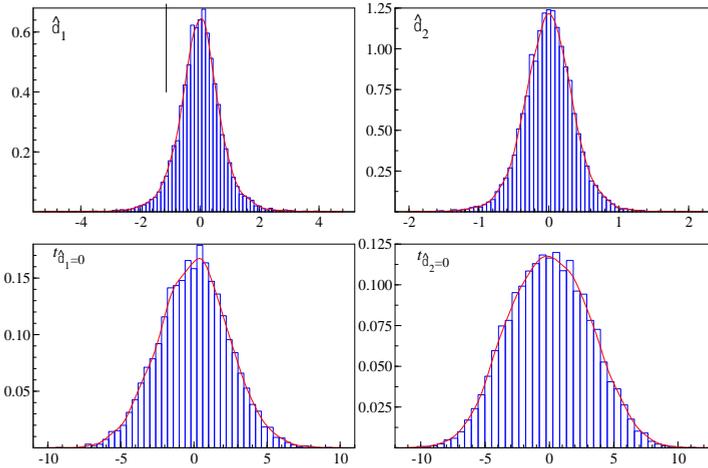
$$y_t = \delta_0 + \delta_1 x_{1t} + \delta_2 x_{2t} + u_t \quad (1^*)$$

ومن ثم حساب حد تصحيح التوازن بناءً على المقدرات المتحصل عليها وإعادة التقدير الصيغة التالية:

$$\Delta y_t = \varrho_1 \Delta x_{1t} + \varrho_2 \Delta x_{2t} + \varrho_3 \widehat{ecm}_{t-1} + v_t \quad (2^*)$$

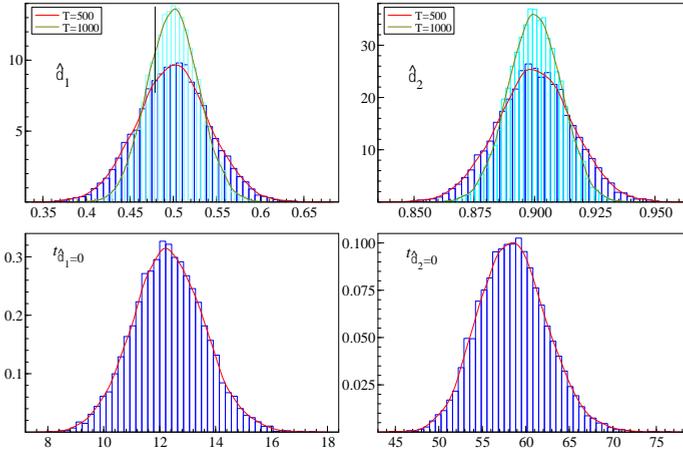
بحيث أن $\widehat{ecm}_t = y_t - \hat{\delta}_0 - \hat{\delta}_1 x_{1t} - \hat{\delta}_2 x_{2t}$

من الواضح أن نموذج الانحدار (1*) بالنسبة للحالة الأولى سيئ التوصيف، وبما أن كافة المتغيرات بالنموذج متكاملة فإن تقديره يترتب عنه مشكل "الانحدار الزائف" مُعَبَّرًا عنه بـ "معنوية" معلماته المقدره كما توضحه اللوحتين السفليتين بالشكل 1 اللتان تبيينان اختلاف كثافة إحصائية $t_{\hat{\delta}_i=0}$ لهذه الحالة عن التوزيع الطبيعي المعياري، رغم أن كثافة المعلمات تتمحور حول الصفر. الشكل 1. كثافات معلمات الميل المقدره للنموذج (1*) واختبار معنويتها (الحالة الأولى)



في المقابل، فإن توصيف النموذج جيد بالنسبة للحالة الثانية كونه يشمل السيرورة المولدة للبيانات كحالة خاصة. رغم ذلك، يتوجب علينا الأخذ بالاعتبار كَوْن المتغيرات بالنموذج متكاملة وذلك من خلال اختبار التكامل المشترك لتمييز هذه الحالة عن سابقتها، خاصة وأن كثافة إحصائية $t_{\hat{\delta}_i=0}$ لهذه الحالة لا تبدو طبيعية هي الأخرى كما تبين اللوحتان السفليتان بالشكل 2، وهو ما يضع نتائج الاستدلال بالاعتماد على القيم الحرجة للتوزيع الطبيعي محل شك. إضافة لذلك، تبرز اللوحتان العلويتان خاصية الاتساق الفائق للمعلمات المقدره في حالة التكامل المشترك.

الشكل 2. كثافات معلمات الميل المقدره للنموذج (1*) واختبار معنويتها (الحالة الثانية)



تقدير النموذج (2*) بالنسبة للحالتين يفيدنا في التخلص من مشكلة الانحدار الزائف بالنسبة للحالة الأولى، رغم أن كون كثافة $t_{\hat{\theta}_3=0}$ بالشكل 3 لا تتمحور حول الصفر في هذه الحالة تشير إلى ضرورة استخدام قيم حرجة خاصة (تحديداً، القيم الحرجة الخاصة باختبارات التكامل المشترك حسب الحالة المناسبة)، كما أنه يؤكد على صلاحية الاستدلال بالطرق المعتادة بالنسبة للحالة الثانية نظراً لكون كل متغيرات النموذج "مستقرة".

الشكل 3. كثافات معامل تصحيح التوازن المقدر واختبار معنويته (للحالتين)

