GESTION ÉCONOMIQUE DANS UN CADRE DÉTERMINISTE D'UN ENSEMBLE HYDROÉLECTRIQUE

Bensalem A[1]., Aboubou A[2]

[1] Université hadj LAKHDAR. Département d'Electrotechnique. 05000 BATNA.
[2] Université Mohamed Kheider. Département d'Electrotechnique. B.P. 145 - BISKRA.

RESUMÉ

Le but de notre travail est de développer un algorithme qui permet de résoudre le problème de la gestion économique d'un ensemble hydroélectrique dans un cadre déterministe. La politique optimale de gestion consiste à répartir la production hydroélectrique entre les centrales en utilisant le minimum d'eau et en évitant les déversements et les assèchements des barrages.

Mots Clés : Gestion économique. Barrage. Ensemble hydroélectrique

INTRODUCTION

Le problème de la gestion d'un ensemble hydroélectrique est un problème très complexe à cause de l'inexactitude de prédiction à long terme des apports d'eau naturels d'une part et de la demande en énergie électrique d'autre part. Une méthode de résolution acceptable consiste à diviser ce problème en deux sous problèmes, à savoir :

- Problème stochastique à long terme (aspect stratégique) qui consiste à déterminer la quantité d'eau totale à décharger de chaque barrage pour chaque période de l'horizon planifié.
- Problème déterministe à court terme (aspect tactique) qui consiste à répartir la décharge totale sélectionnée par le problème stochastique le long d'une période de l'horizon planifié. Dans ce cas, les apports d'eau naturels et la demande en énergie électrique sont connus au préalable.

Le problème déterministe à court terme est l'objectif de notre étude. Pour le résoudre, la méthode du principe de Pontryagin sous sa forme discrète est utilisée. La méthode du gradient est utilisée pour la solution du système d'équations qui en découle. La méthode du Lagrangien augmenté est utilisée pour faire face au problème des contraintes d'inégalités. Cette méthode est une combinaison de deux méthodes à savoir la méthode de fonction de pénalité et la méthode de la dualité locale. Elle modère les inconvénients de ces deux méthodes et présente plusieurs avantages à savoir :

- Facile à programmer pour un problème donné.
- Offre une grande flexibilité dans le changement de la structure d’un problème complexe à un problème plus favorable.
- Inclue des représentations détaillées qui ne sont pas possibles avec d’autres techniques.

Dans cette étude, pour plus de clarté, un système de quatre barrages en cascades est considéré, tout en considérant le temps mis par l’eau pour passer d’un barrage à un autre. Les apports d’eau naturels et la demande sont connus au préalable. La période d’exploitation considérée est d’une semaine subdivisée en heures.

FORMULATION DU PROBLÈME

L’objectif de la gestion économique à court terme des barrages est de choisir le débit d’eau à turbiner par chaque centrale hydroélectrique le long de la période d’exploitation de sorte à maximiser le continu des barrages en fin de l’horizon d’exploitation planifié, à satisfaire la demande en énergie électrique et en satisfaisant toutes les autres contraintes d’opérations.

En terme mathématique le problème de la gestion économique d’un ensemble hydroélectrique se formule comme suit :

Fonction objective :

L’objective est de maximiser l’énergie potentielle en fin de la période d’exploitation, mathématiquement cela s’écrit :

$$\max \sum_{i=1}^{n} E_P(x_i^{K_f}) + \sum_{k=a}^{k_f} E_p(u_{mi}^{k}) \qquad (1)$$

Où :

K_f : Fin de la période d’exploitation.

$E_p(x_i^{k_f})$: L’énergie potentielle de l’eau emmagasinée dans le barrage **i** à la fin de la période d’exploitation K_f. Cette énergie dépend de la hauteur active du barrage et de son contenu.

$\sum E_p^k(u_{mi}^k)$: Ce terme permet de tenir compte de l'énergie potentielle de l'eau qui arrive plus tard c'est-à-dire après la fin de la période d'exploitation.

$a = k_f - S_{mi}$

m : Barrages en amonts avec le barrage i.

S_{mi} : Le temps que met l'eau pour passer du barrage m au barrage i.

LES CONTRAINTES

Les principales contraintes d'opérations (Lecler, 1985) du système sont :

Contrainte de continuité :

Elle exprime pour chaque barrage et à chaque période la continuité des volumes d'entrés et de sorties. Elle permet aussi de décrire la continuité entre les barrages du système, sous forme mathématique cette contrainte s'écrit :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - v_i^k \tag{2}$$

x_i^k : Contenu du barrage i à la période k.

u_i^k : Turbinage du barrage i à la période k.

v_i^k : Déversement du barrage i à la période k.

y_i^k : Apport d'eau total au barrage i à la période k.

En tenant compte du couplage hydraulique entre les barrages, l'apport d'eau total est déterminé par :

$$y_i^k = a_i^k + u_{mi}^{k-s_{mi}} \tag{3}$$

a_i^k : Apport d'eau naturel au barrage i.

$u_{mi}^{k-s_{mi}}$: Apport d'eau au barrage i arrivant du barrage m.

Capacité des barrages
Le continu du barrage i doit être inférieur ou égale à sa capacité maximale à tout instant :

$$x_i^k \leq \bar{x}_i$$

$\bar{x}_i$: Réserve active maximale du barrage i.

Réserve active :

$$x_i^k \geq 0$$

Capacité de turbinage des centrales :

La production de chaque centrale électrique est limitée par la capacité de turbinage de la centrale :

$$u_i^k \leq \bar{u}_i$$

Turbinage active:

$$u_i^k \geq 0$$

Equilibre production-consommation :

L'énergie électrique totale produite par le système doit satisfaire la demande à tout instant durant l'horizon d'exploitation, en terme mathématique cela s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^k = D^k \qquad (4)$$

Où :

D^k : Demande en énergie électrique durant la période k.

n : Nombre de centrales qui forment le système de production d'énergie électrique.

P_i^k : Production de la centrale i durant la période k, qui peut être déterminée par l'expression suivante :

$$P_i^k = c.u_i^k.h_i^k \qquad (5)$$

h_i^k : Hauteur de chute active du barrage **i** à la période k. Cette hauteur dépend du contenu du barrage et de sa forme.

c : Constante positive qui caractérise le barrage.

METHODE DE RESOLUTION

En terme mathématique le problème de la gestion économique d'un système hydroélectrique se formule comme suit :

$$\max \sum_{i=1}^{n} E_p(x_i^{K_f}) \tag{6}$$

Sous les contraintes :

$$x_i^k = x_i^{k-1} + y_i^k - u_i^k - v_i^k \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^k = D^k \tag{8}$$

$$0 \leq u_i^k \leq \overline{u}_i \tag{9}$$

$$0 \leq x_i^k \leq \overline{x}_i \tag{10}$$

$$v_i^k \geq 0 \tag{11}$$

Ce problème peut être résolu en appliquant le principe du maximum ou de Pontryagin sous la forme discrète et cela comme suit :

Adjoignant la contrainte (7) au critère (6) avec un multiplicateur λ_i^k et adjoignant la contrainte(8) au critère (6) avec un multiplicateur β_k, on définit alors la fonction H^k appelée
Hamiltonien qui à la forme suivante :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n} [\lambda_i^k (x_i^k + y_i - u_i^k - v_i^k) + \sum_m u_{mi}^{k-s_{mi}})] + \beta^k (\sum P_i^k - D^k) \tag{12}$$

Le problème (6)-(11) devient alors :

$$\max_{u_i^k} H^k \tag{13}$$

Sous les contraintes (4)-(6) et sous la contrainte :

$$\lambda_i^{k-1} = \frac{\partial H^k}{\partial x_i^{k-1}} \tag{14}$$

La contrainte (14) est appelée équation de la variable adjointe (Sage, 1968). Lorsque les contraintes (9), (10) et (11) sont inactives, la trajectoire du turbinage optimale u_i^k est obtenue lorsque la condition d'optimalité suivante est satisfaite pour toutes les centrales et à chaque période k :

$$\frac{\partial H^k}{\partial u_i^k} = 0 \qquad (15)$$

Dans le but de résoudre ces équations, on a besoin des conditions limites. Puisque au temps initial les contenus des barrages sont connus, il s'ensuit que la première condition est :

$$x_i^0 = b_i \qquad (16)$$

b_i : Valeur du continu initial du barrage i.

La seconde condition limite est :

$$\lambda_i^{K_f} = \frac{\partial E_p(x_i^{K_f})}{\partial x_i^{K_f}} \qquad (17)$$

En conséquence les équations (7) et (14)-(17) forment un problème aux deux conditions limites. Pour la résolution de ce système d'équation on a proposé d'utiliser une méthode itérative basée sur le principe du gradient.

Pour prendre en considération toute violation possible des contraintes d'inégalités (9), (10) et (11) on procède comme suit :

1- Si la valeur de la variable de contrôle u_i^k qui satisfait la condition d'optimalité (15) viole la contrainte (9), la solution optimale dans ce cas serait d'ajuster la valeur de u_i^k qui est hors de limite à la borne la plus près et laisser les autres libres, puis une nouvelle recherche de l'optimum seulement avec les variables libres est entamée

2- Pour ôter la contrainte (10) et (11) on utilise la méthode du Lagrangien augmenté (Bensalem et al, 1999 ; Pierre et als, 1975 ; Bertsekas, 1976) et cela en introduisant un terme approprié de pénalisation des violations des contraintes (10) et (11) à la fonction objective (13), d'où la fonction Hamiltonienne H^k devient :

$$H^k = \sum_{i=1}^{n} [\lambda_i^k (x_i^k + y_i - u_i^k - v_i^k)] + \beta^k (\sum P_i^k - D^k) + R_i^k + Q_i^k + T_i^k$$

(18)

Où :

R_i^k : Fonction de pénalisation de la borne supérieure de la contrainte d'inégalité (10).

Q_i^k : Fonction de pénalisation de la borne inférieure de la contrainte d'inégalité (10), calculée de la même façon que la fonction R_i^k

T_i^k : Fonction de pénalisation de la contrainte d'inégalité (11), calculée de la même façon que la fonction R_i^k .

La fonction de pénalisation R_i^k (Pierre et als, 1975) est déterminée par :

$$R_i^k = \rho_i^k \Psi_i^k + r(\Psi_i^k)^2 \qquad (19)$$

Où :

r : Constante positive ajustable.

ρ_i^k : Les multiplicateurs de Lagrange qui sont ajustés comme suit :

$$\rho_i^k = \rho_i^k + 2 \cdot r \cdot \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\rho_i^k}{2r}) \qquad (20)$$

La fonction Ψ_i^k est calculée par l'expression (15) suivante :

$$\Psi_i^k = \max(x_i^k - \bar{x}_i, -\frac{\rho_i^k}{2r}) \qquad (21)$$

APPLICATION NUMERIQUE

En vue de tester la méthode présentée et démontrer l'efficacité du programme proposé nous avons étudié un ensemble hydroélectrique composé de quatre barrages en cascades comme il est montré à la figure 1.

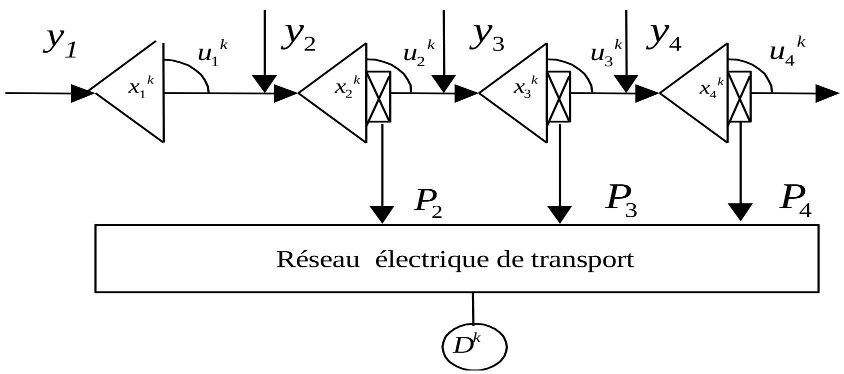

Figure 1 : Système de production consommation.

Les caractéristiques du système considéré sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Caractéristiques des barrages du système.

i	$\bar{x}_i$ [Mm^3/h]	$\bar{u}_i$ [Mm^3/h]	C_i	$S_{i,i+1}$ [h]	$h_i^{'}$ [m]	$h_i^{''}$ [m]	α_i
1	550	0	0	3	0	0	0
2	145	1,969	2,4525	2	194	195	0,2473
3	5,1	2,138	2,4525	5	88	88,01	0,8627
4	424	4,248	2,4525	- - -	174,4	199	0,0074

Où :

$\bar{x}_i$: Capacité maximale de stockage du barrage i.

$\bar{u}_i$: Capacité maximale de turbinage du barrage i.

c_i : Constante positive qui caractérise le barrage i.

$S_{i,i+1}$: Le temps que mette l'eau pour passer du barrage i au barrage i+1.

La hauteur de chute pour ce type de barrages est déterminée par la relation suivante :

$$h_i^k(x_i^{k-1}) = h_i^{'} + (h_i^{''} - h_1^{'})[1 - \exp(-\alpha_i x_i^{k-1})] \qquad (22)$$

Où :

$h^{'}, h^{''}, \alpha_i$ Sont des constantes positives caractérisant la hauteur de chute du barrage i. Les valeurs de ces constantes pour chaque barrage sont indiquées au tableau n° 2.

x_i^{k-1} : Contenu du barrage i à la période k-1.

La hauteur de chute à la période k dépend du contenu du barrage à la période k-1 et de sa configuration.

Dans le cadre déterministe les apports d'eau naturels a_i^k sont supposés connus le long de l'horizon d'exploitation. Leurs valeurs sont données au Tableau 2 ainsi que le contenu initial x_i^0 de chaque barrage.

Tableau 2 : Apport d'eau naturel aux barrages et leurs contenus initiaux.

i	1	2	3	4
a_i^k (Mm^3/h)	0,6228	0,2304	0,2196	0,9576
x_i^0 (Mm^3)	225	18	2,5	212

La demande périodique hebdomadaire en énergie électrique D^k est connue auparavant, elle est montrée en figure 2.

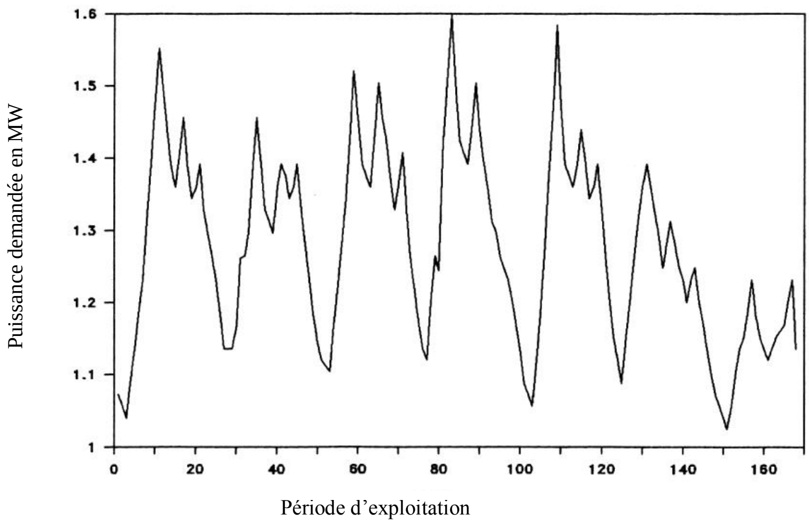

Figure 2 : Demande hebdomadaire en énergie électrique.

RESULTATS ET INTERPRETATION

La solution optimale (figure 3) est obtenue en satisfaisant toutes les contraintes d'opérations après un nombre d'itérations très modéré par rapport à celui obtenu par A. Turgeon [6] pour le même système. Ce nombre d'itérations peut être aussi réduit en utilisant un pas optimal de la méthode du gradient utilisée dans notre algorithme et aussi en ajustant adéquatement la valeur du facteur **r** de la méthode du Lagrangien Augmenté comme il est montré au tableau 3.

Tableau 3 : Influence du facteur r sur le nombre d'itération.

Ajustement de la valeur de **r**	1	5	10
Nombre d'itération	100	88	81

L'augmentation du facteur **r** permet de sortir plus rapidement de la zone violée, ce qui a permis d'accélérer le processus de convergence de plusieurs itérations. Le turbinage optimal de chaque centrale est montré à la figure 3, il suit exactement la demande comme on peut le constater en comparant les figures 2 et 3 et, cela est dû d'une part à la production qui doit être égale à la demande et d'autre part la production est proportionnelle au turbinage. D'autre part on remarque de la figure 3 que le turbinage dans le barrage aval de la vallée est plus élevé que celui du barrage amont, car l'eau du barrage amont est plus valeureuse que celle des barrages avales, c'est-à-dire, que l'eau du barrage amont sera réutilisée dans tous les barrages qui sont en aval. Par conséquent l'eau sera préservée dans les barrages du haut de la vallée comme il est montré au tableau 4. La gestion économique des barrages a permis d'avoir un contenu final total de tous les barrages plus élevé que le contenu initial total comme il est illustré au tableau 4.

Tableau 4 : Contenu initial et final des barrages.

N° du Barrage	1	2	3	4	Total
Contenu initial (Mm^3)	225	18	2,5	212	457,5
Contenu final (Mm^3)	283	0,3	0,2	180	463,5

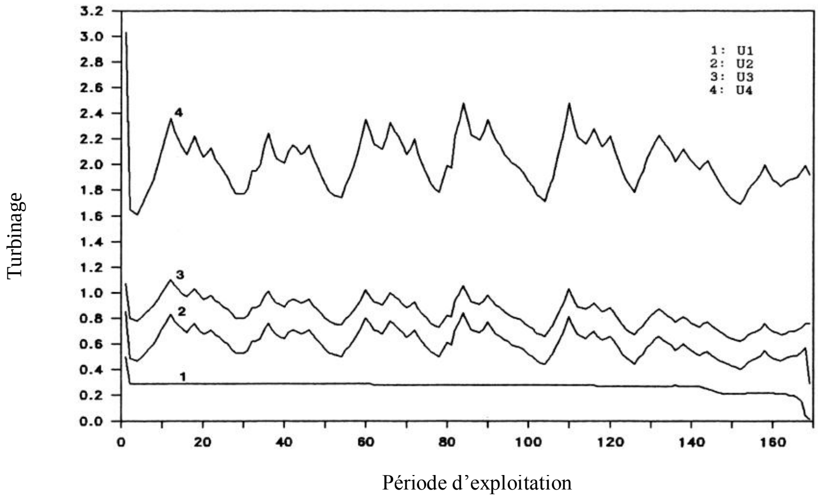

Figure 3 : Turbinage optimale.

CONCLUSION

L'utilisation de la méthode du principe de Pontryagin sous sa forme discrète pour la résolution du problème de la gestion économique d'un ensemble hydroélectrique dans un cadre déterministe s'est avéré très efficace, ainsi que la méthode du Lagrangien augmenté utilisée pour faire face aux contraintes d'inégalités. Ces méthodes peuvent être appliquées avec autant d'efficacité aux problèmes de grandes dimensions.

En tenant compte du temps que met l'eau pour passer d'un barrage à un autre, celui-ci a fait augmenter considérablement les dimensions du problème.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Bensalem A., Turgeon A., 1999 Gestion Optimale d'un système Hydroélectrique à court terme ". JNVER99, Tlemcen.

Bertsekas D.P., 1976 Multiplier Methods: A Survey. Automatica, Vol. 12, pp. 135-145. Pergamon Press, Printed in Great Britain.

Borghetti A., Frongion A., Lacalandra F.,. Nussi C. A, 2003 Lagrangian Heuristics Based on Disaggregated Bundle Methods for Hydrothermal Unit Commitment IEEE Trans. Power System, vol. 18, pp. 313-323.

Lecler G., 1985 La Programmation Linéaire et ses Applications en Gestion des Systèmes Hydriques, 'conférence présentée lors de l'atelier : L'Analyse de Risque dans la Gestion des Systèmes Hydriques.' ". Ecole polytechnique de Montréal.

Pierre D., Lowe M.J,, 1975 Mathematical Programming via Augmented Lagrangian. Addison Wesley publishing company.

Sage A.P., 1968 Optimum systems control". John Wiley & sons Inc. New York.

Turgeon A., 1981 Optimal short-term hydro scheduling from the principle of progressive optimality. Water resources research, Vol. 17, 3.