Les considérations économétriques de l'hypothèse des anticipations rationnelles

Tarek DJEDDI*

ABSTRACT

The past decade has witnessed important developments in the study of the expectations formation process. How expectations are formed and the whether they lend themselves to formal analysis have become issues of central importance in econometric analysis of time-series data.

The Rational Expectations Hypothesis was advanced by Muth (1961) it was the work of Lucas (1972, 1973, 1975), Sargent (1973), Barro (1977) and other authors. The adoption of the REH has in turn led to importance developments in macroeconomic theory and time-series econometric research.

The object of this working paper is to throw light on the econometric considerations of the rational expectations hypothesis, by arguing its different solution's techniques, estimation's methods, and tests' ways of this hypothesis.

Introduction :

Nous anticipons comme nous respirons, de façon permanente et le plus souvent inconsciente. Etant économiste, comptable ou simple citoyen qui effectue des transactions, nous imaginons les conséquences de nos décisions en spéculant sur le climat des affaires ou sur les motivations de nos interlocuteurs. Dans nos relations les plus personnelles, nous exprimons des attentes et des craintes sur les actions d'autrui, en réponse ou non à nos propres actions.

En philosophie, on remarque une insistance sur l'importance de la faculté d'anticiper dans l'humanisation. Une caractéristique originale de l'esprit humain est de « simuler subjectivement l'expérience pour en anticiper les résultats et préparer l'action »[1]. Les écrivains ou les historiens ont décortiqué maintes situations sociales pour mettre en évidence l'influence d'anticipations parfois fortes, sophistiquées, dans la stratégie des acteurs. Cependant, le problème des anticipations n'a pas encore eu la reconnaissance théorique qu'il mérite en sciences sociales.

En économie, l'étude des anticipations des agents économiques a pour vertu essentielle de réintroduire le temps dans les modèles économiques, sous une double forme. D'une part, les anticipations se déploient dans le « temps subjectif » des événements passés (rétro-diction) ou futurs (prédiction) tels qu'ils sont perçus à chaque instant par chaque agent. Ces anticipations constituent la médiation entre l'acteur et son environnement, au point de ne pouvoir définir un comportement sans référence à une notion globale d'équilibre. D'autre part, les représentations se transforment dans un « temps objectif », support du fonctionnement du système tel qu'il est décrit par le

* Maitre assistant -A- à l'université d'Oum El Bouaghi.

[1] Bernard Wallisher (1985) : Anticipation équilibres et rationalité économique, CALMANN-LéVI, France, Introduction.

modélisateur. Ces représentations qui agissent sur le système à travers les comportements, sont l'objet d'un processus d'apprentissage plus ou moins coordonné et susceptible ou non de converger.

Les réflexions sur les anticipations, amorcées par le problème de choix en incertitude, ont été vigoureusement développées par **K**eynes (1921), avant l'introduction de concepts de prophétie auto-réalisatrice par **M**erton (1936), de prévision parfaite par **H**icks (1939), de notion d'anticipations adaptatives par **C**agan (1956) et, enfin, d'anticipations rationnelles par **M**uth (1961).

Les anticipations seront alors introduites formellement dans une floraison de modèles économiques, mais resteront localisées sous forme plutôt *qualitative* dans des schémas explicatifs proposés par différentes sciences sociales.

Dans cet article, nous allons essayer d'introduire l'hypothèse des anticipations rationnelles dans leur aspect quantitatif. Il s'agit alors de présenter les définitions de l'hypothèse des anticipations rationnelles, les techniques de résolutions des modèles linéaires des anticipations rationnelles, les méthodes d'estimations de ces modèles, et enfin les tests de l'hypothèse des anticipations rationnelles.

1. Définitions de l'hypothèse des anticipations rationnelles

Dans son célèbre article intitulé : « Rational Expectations and the Theory of Price Movement », **M**uth (1961) propose une définition beaucoup plus souple et plus complète des anticipations. Plus souple, car il ne semble pas raisonnable, dans un environnement économique évoluant rapidement, de se contenter d'anticipations basées sur des données passées (Lagged data) invariantes dans le temps ; plus complète, car la nouvelle définition de **M**uth va non seulement prendre des observations passées de la variable anticipée (hypothèse des anticipations adaptatives), mais aussi un ensemble d'informations plus large dont la source se trouve dans l'environnement économique lui-même. Dans les faits, ce dernier ensemble se traduit par une connaissance par l'agent économique de la structure du modèle dans lequel ces anticipations sont incorporées.

Nous allons en premier lieu, présenter quelques définitions de l'hypothèse des anticipations rationnelles selon différents auteurs, et leurs différents points de vues économiques et statistiques. En second lieu,nous en feront un résumé succinct.

1.1 Definition de *Muth*: "[…] In order to explain these phenomena, I should like to suggest that expectations, since they are informed predictions of future events, are essentially <u>the same as the predictions of the relevant economic theory</u>[2]. […] expectations of firms (or, more generally, the 'subjective' probability distribution of outcomes) tend to be distributed, for the same information set, about prediction of the theory (or the 'objective' probability distribution of outcomes[3]."

[2] John F. Muth, Rational expectations and the theory of price movements, (Robert E. Lucas, Jr. and Thomas J. Sargent, editors, Rational expectations and econometric practice, Volume 1, the university of Minnesota Press Minneapolis, USA, 1984, p 4.

[3] Ibid, pp 4-5.

1.2 Definition de *Begg*: "[…] the point of departure of rational expectations is that individuals should not make systematic errors[4]**.** […] the hypothesis of rational expectations asserts that the unobservable subjective expectations of individuals are exactly the true mathematical conditional expectations implied by the model itself. Individuals act as if they know the model and form expectations accordingly[5]."

1.3 Definition de *Speight*: "The essence of Rational Expectations Hypothesis is in the assertion that individuals should not make systematic expectational errors; while the Adaptive expectation hypothesis eradicates *persistent* error, the REH eliminates *systematic* error.**"[6]**

1.4 Definition de *Shaw*: "[…] first and foremost, it assumes that individual economic agents use current available and relevant information in forming their expectation and do not rely purely upon past experience."[7]

1.5 Definition de *Patrick Minford* et *David Pell* : "[…] Rational expectations takes one step further the basic assertion of econometrics that individuals in the aggregate act in a regular manner as if each was a typical individual following a systematic decision process. The step is to assert that in this decision process he utilizes efficiently the information available to him in forming expectation about future outcomes."[8]

Explications:

Il ressort des définitions précédentes, que :

- L'hypothèse des anticipations rationnelles signifie que les prévisions de l'agent vont coïncider avec les prévisions de la théorie ou du modèle économique en question.
- Ces définitions des anticipations, tout en étant relativement exigeantes du point de vue de la capacité de traitement de l'information, ont le sérieux avantage de tenir compte de l'incertitude de l'environnement économique. C'est pourquoi la rationalité de l'individu va être compatible avec un certain degré d'ignorance qui peut être représenté par une forme probabiliste.
- Les agents économiques agissent comme s'ils connaissaient le «vrai» modèle sous-jacent à la structure économique considérée.
- L'agent économique rationnel est en mesure d'éviter ces erreurs systématiques et cela veut dire que l'erreur se produit de manière purement aléatoire. Dans ce cas, cette erreur n'est que la conséquence d'événements imprévisibles par rapport au modèle et à l'information disponible.

2. Techniques de résolution des modèles des anticipations rationnelles

[4] David K.H. Begg (1985), The rational expectations revolution in macroeconomics, theories & evidence, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, USA, p 30.

[5] Ibid, p 30.

[6] Alan E. H. Speight (1989), Consumption, Rational expectations and Liquidity, theory and evidence, St Martin's Press, Inc, New York, USA, p 75.

[7] Shaw, G.K. (1984), Rational expectations, an elementary exposition, Harvester Press, Great Britain, p 47.

[8] Patrick Minford and David Pell, (1983), Rational expectations and the new macroeconomics, Martin Robertson (ed), Oxford, UK, p 4.

La résolution des modèles d'anticipations rationnelles exige une maîtrise parfaite des techniques complexes du mathématique. La plupart des méthodes et techniques, dont nous allons présenter seulement les résultats, utilisent une technique mathématique appelée 'z-transform'.

Les principes fondamentaux de solution des modèles d'anticipations rationnelles se présentent comme suit :

- Le processus de conduite '*the driving process'* est considéré comme un processus stochastique stationnaire avec une covariance régulière et linéaire et ayant une moyenne nulle.
- Les anticipations sont formées rationnellement et calculées avec utilisation de la ' The Wiener-Kolmogorov formula'.
- Les restrictions des anticipations rationnelles sont conçues pour résister à toutes réalisations du processus de conduite.

La majorité -si ce n'est la totalité- des modèles d'anticipations rationnelles sont l'expression d'une équation :

- de la première différence prévisionnelle simple (expectational 1st difference) suivante :

$$E_t y_{t+1} - \beta_1 y_t = x_t \quad \text{.... (2.1)}$$

- ou de la deuxième différence:

$$E_t y_{t+1} - (\beta_1 + \beta_2) y_t + \beta_1 \beta_2 y_{t-1} = x_t \quad \text{.... (2.2)}$$

Où:

t: représente les périodes.

x_t et y_t: représentent des processus stochastiques.

x_t: est une variable endogène ou encore un processus de conduite.

β_1, β_2: sont des nombres réels (paramètres)

$E_t y_{t+1}$: représente la meilleure anticipation linéaire pour y_t sur la base de toutes les informations disponibles à la période t.

2.1 Résolution des modèles des anticipations rationnelles avec anticipations actuelles

Aoki et **C**anzoneri (1979), **V**isco (1981, 1984), et **B**roze et **S**zafarz (1984) ont dérivé les solutions des modèles linéaires des anticipations rationnelles avec anticipations actuelles des variables endogènes formées sur la base des informations passées disponibles et, ils ont montré que l'équation suivante admet une solution unique[9] :

$$y_t = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^{s} \beta_i E(y_t \backslash \Omega_{t-i}) + \omega_t \quad \text{.... (2.3)}$$

[9] Aoki, Masanao and Mathew Canzoneri. (1979), Reduced form of rational expectations models, Quarterly journal of economics, 93 (February), p 59-71.

Où : ω_t représente le processus de la variable exogène qui conduit le modèle

Broze et **S**zafarz ont utilisé « the Martingale theorem » originaire au Doob (1953), cette méthode semble plus facile par rapport aux autres méthodes mais sous-entend que les processus $\{\omega_t\}$ et $\{y_t\}$ sont intégrables. Dans le même sens, **V**isco a suggéré une méthode qui utilise la technique de projection qui requiert seulement l'existence de l'espérance mathématique conditionnelle de y_t et ω_t, avec respect de l'ensemble des informations disponibles Ω_{t-i} dans les périodes $i = 1,2, \dots, s$. La solution unique sera comme une suite[10] :

$$z_t = (I - \Lambda)^{-1}\Lambda z_{t-1} + \Lambda(I - \Lambda)^{-1}E(\omega_t \backslash \Omega_{t-1}) + \omega_t \quad \dots (2.4)$$

Tel que : $\Lambda = \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_{m-1} & \beta_m \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2.2 Résolution des modèles des anticipations rationnelles avec anticipations futures

2.2.1 Méthode des coefficients indéterminés dans l'espace temps avec utilisation des Moyennes Mobiles (Time Domain: *Moving Average*)

Comme il est le premier à introduire le concept d'anticipations rationnelles, Muth (1961) propose une technique de solution nommée : Méthode des coefficients indéterminés dans l'espace temps avec utilisation des moyennes mobiles, ou encore '*Method of undetermined coefficients in the time domain using Moving Average*'. Sur la base des équations *(2.1)* et *(2.2)* et l'équation suivante qui explique x_t comme un processus (MA):

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \varepsilon_{t-j} \quad \dots (2.5) \qquad \Rightarrow \varepsilon_t = x_t - E(x_{t-j} \backslash x_{t-1}, x_{t-2}, \dots), \sum_{j=0}^{\infty} A_j^2 < \infty$$

Muth arrive après plusieurs opérations mathématiques complexes à la solution stationnaire unique ou encore la forme réduite (*reduced form*) suivante[11] :

- Pour les modèles d'anticipations rationnelles avec première différence :

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty}(-\beta_1^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \beta_1^{-s} A_{j+s})\, \varepsilon_{t-j} \quad \dots (2.6)$$

- Pour les modèles d'anticipations rationnelles avec deuxième différence :

$$y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left\{ \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} \left(\sum_{s=0}^{\infty} \beta_1^s A_{j-1-s} - \beta_2^{-1} A(\beta_2^{-1}) \beta_1^j \right) - \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2} \sum_{s=0}^{\infty} \beta_2^{-s} A_{j+s} \right\} \varepsilon_{t-j} \dots (2.7)$$ Tel que:

$A(L)$: est issu de la formule $x_t = A(L)\varepsilon_t$

[10] Broze, L., Gourieroux, C., Szafarz, A. (1985), Solution of linear rational expectations models, Econometric theory, 1, p 341-368.

[11] Charles H. Whiteman (1983), Linear Rational Expectations Models, university of Minnesota Press, Minneapolis, USA, p 39-50

$\sum_{j=0}^{\infty} A_j \varepsilon_{t-j} = E\left(\sum_{s=0}^{\infty} C_j \, \varepsilon_{t+1-j}\right) - \beta_1 \sum_{s=0}^{\infty} C_j \, \varepsilon_{t-j}$

L : est un operateur de retard avec :$L^n \varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$

C_j: sont des coefficients à déterminer, avec $C_j = \beta_1 C_{j-1} + (1 - \beta_1 L) C_j = A_{j-1} \quad j = 1,2, \ldots$

2.2.2 Méthode des coefficients indéterminés dans l'espace temps avec utilisation des autorégressions (Time Domain: *Auto* ***R****egressions)*

Dans deux articles fondateurs en 1972 et en 1975, le célèbre **L**ucas a proposé une nouvelle technique de solution des modèles des anticipations rationnelles appelée encore '*State-Space technique*': au lieu d'utiliser les moyennes mobiles (Muth 1961), Lucas a introduit dans le modèle un processus autorégressif x_t comme suit :

$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \varepsilon_1$ …. (2.8)

et propose les deux solutions possibles suivantes[12]:

$y_t = \beta_1 y_{t-1} + (\alpha_1 - \beta_1)^{-1} x_t$ …. (2.9)

ou

$y_t = \beta_2 y_{t-1} + (\alpha_1 - \beta_2)^{-1} x_t$ …. (2.10)

N.B: Plusieurs auteurs comme **W**hiteman et **P**esaran ont critiqué cette solution parce qu'elle n'est pas unique et, par conséquent ne donne pas la forme réduite du modèle d'anticipations rationnelles; et ce qui conduit à un épineux problème appelé '*the non-uniqueness of solution*'.

2.2.3 Méthode des coefficients indéterminés dans l'espace temps avec Solutions ex-ante et solutions ex-post (Time Domain : *F*orward and *B*ackward *S*olutions)

Toujours dans le cadre de la méthode des coefficients indéterminés, chez Muth (1961) et Lucas (1972), on va examiner maintenant une autre technique proposée par Blanchard (1978), utilisée par Fisher (1979) et qui suggère la possibilité d'écrire y_t en fonction des valeurs passées (backward) et des valeurs futures anticipées (Forward) de la variable comme suit :

$y_t = \sum_{j=1}^{\infty} g_j \, x_{t-j} + \sum_{j=0}^{\infty} h_j \, E \, x_{t+j}$ …. (2.11)

en tenant compte du fait que dans le cas où $j > 0$, cette équation devient inobservable car, $\sum_{j=0}^{\infty} h_j \, E \, x_{t+j}$ serait une fonction inconnue par rapport aux informations disponibles à la période t.

Généralement cette méthode propose la forme réduite suivante[13] :

[12] Charles H. Whiteman (1983), Linear Rational Expectations Models, Op cit, P. 50-55.

[13] Blachard, Oliver J. (1978), The solution of linear difference models under rational expectations, Econometrica, 48 (Julay), 1305-1331.

$$y_t = \left(\frac{1+\beta_1 h_0}{\beta_1}\right) \sum_{j=1}^{\infty} \beta_1^j \, x_{t-j} + h_0 \sum_{j=0}^{\infty} \beta_1^{-j} E \; x_{t+j} \qquad \text{…. (2.12)}$$

- Si $h_0 = 0$ la solution sera ex-ante (*Backward Solution*)
- Si $h_0 = -\beta_1^{-1}$ la solution sera ex-post (*Forward Solution*)

2.2.4 Techniques d'opérateur : *Operator Techniques*

Plusieurs auteurs et chercheurs comme **S**hiller (1978), **S**argent (1979) et **W**allis (1980) ont utilisé une technique qui sert à transformer l'équation de différence prévisionnelle en une équation de différence normale grâce aux techniques d'opérateur standard de retard (Standard Lag operator techniques) en vue de résoudre des modèles d'anticipations des taux d'intérêt. En utilisant l'équation *(2.1)* avec des anticipations conditionnelles dans la période *t* **W**allis et **S**hiller sont parvenus à l'équation suivante :

$$E_t x_{t+1} = E_t y_{t+2} - \beta_1 E y_{t+1} \qquad \text{…. (2.13)}$$

La solution de cette équation est donc comme suit[14] :

$$\hat{y}_{t+1} = -\beta_1^{-1} \sum_{j=0}^{\infty} \beta_1^{-j} \; \hat{x}_{t+j} \qquad \text{…. (2.14)}$$

Ils supposent que : $|\beta_1| > 1$, $\hat{y}_{t+j} = E_t y_{t+j}$, et $\hat{x}_{t+j} = E_t x_{t+j}$,

Substituent (2.14) dans (2.1) et obtiennent la solution unique sous la forme réduite de y_t

2.2.5 Méthode des coefficients indéterminés dans l'espace fréquence

La méthode des coefficients indéterminés dans l'espace fréquence, aussi appelée technique de *Saracoglu-Sargent*, a été utilisée par ses auteurs en 1981 comme une technique de solution de l'espace fréquence, basée sur la covariance et 'the cross-covariance' génératrices des fonctions **X** et **Y**, pour trouver la solution unique stationnaire du modèle d'anticipations rationnelles représentées par l'équation de différence prévisionnelle citée précédemment.

Selon **S**argent, on peut écrire Y sur la base des informations disponibles à la période ***t*** comme suit :

$$E_t y_{t+1} = \sum_{j=0}^{\infty} h_j \, x_{t-j} = h(L) x_t \qquad \text{…. (2.15)}$$

Avec l'application de la propriété 'z-transformation' sur la série $h(z)$, on obtient :

$$h(z) = \left[\frac{g_{xy}(z) z^{-1}}{g_x(z)}\right]_+ = \frac{1}{A(z)} \left[\frac{g_{xy}(z) z^{-1}}{A(z^{-1})}\right]_+ \qquad \text{…. (2.16)}$$

La forme réduite du modèle d'anticipations rationnelles est donc proposée, après plusieurs transformations et opérations mathématiques, comme suit[15] :

---

[14] Voir : Shiler, Robert J. (1978), Rational expectations and the dynamic structure of macro-economic models, a critical review, Journal of monetary economics, January, P. 1-44.

[15] Charles H. Whiteman (1983), Linear Rational Expectations Models, Op cit, P. 63-69.

$$\frac{g_{xy}(z)}{A(z^{-1})} = \beta_1^{-1}\left[\frac{g_{xy}(z)z^{-1}}{A(z^{-1})}\right]_+ - A(z) \qquad \text{…. (2.17)}$$

2.2.6 La méthode Martingale (*The Martingale Method*)

En 1981, **P**esaran a proposé une nouvelle technique de solution des modèles d'anticipations rationnelles tout à fait différente des méthodes précédentes, à travers deux cas [16] :

- **Cas du modèle simple :**

Soit le modèle linéaire simple d'anticipations rationnelles d'ordre 1 : $y_t = \alpha^t E(y_{t+1} \backslash \Omega_t) + \omega_t$ …. (2.18)

Tel que : $\Omega_t = \{y_t, y_{t-1}, \dots ; \omega_t, \omega_{t-1}, \dots\}$ et α constant différent de zéro;

La solution (qui n'est pas unique) de l'équation (2.18) avec la méthode Martingale est :

$$y_t = \alpha^{-1}\mathcal{M}_{t-1} + \{\omega_t - E\omega_t \backslash \Omega_{t-1})\} - \sum_{j=1}^{t-1} \alpha^{-j}\, \omega_{t-j} \qquad \text{…. (2.19)}$$

- **Cas du modèle multiple :**

Dans ce cas **P**esaran a utilisé le modèle multiple suivant :

$$z_t = AE(z_{t+1} \backslash \Omega_t) + \omega_t \qquad \text{…. (2.20)}$$

Où: z_t et ω_t représentent deux vecteurs de dimension n, A est la matrice des coefficients des variables d'anticipations de dimensions $n \times n$.

La solution de l'équation (2.20) dépend de la possibilité d'inverser la matrice A; dans ce cas, on a deux états :

- La solution de Martingale, s'il est possible d'inverser la matrice A: la solution stationnaire unique est :

$$z_t = \sum_{i=0}^{\infty} A^i E\,(\omega_{t+i} \backslash \Omega_t) \qquad \text{…. (2.21)}$$

- La solution de Martingale, si A n'est pas inversible: la solution unique pouvant être non stationnaire est :

$$z_t = \sum_{i=0}^{n-1} A^i E\,(\omega_{t+i} \backslash \Omega_t) \qquad \text{…. (2.22)}$$

2.2.6 La méthode différence Martingale :

Cette méthode est tout à fait différente de la méthode précédente. Elle est proposée par **B**roze, et al. (1985) puis **B**roze and **S**zafarz (1991) comme approche générale pour résoudre les modèles linéaires d'anticipations rationnelles. L'idée fondamentale de cette méthode est de présenter la solution générale de ces modèles comme un processus de révision (revision process) afin d'actualiser les anticipations d'une période à l'autre. **B**roze et **S**zafarz ont considéré que les

[16] Pesaran, M. H. (1989), The Limits to Rational Expectation, Basil Blackwell Ltd, Oxford, UK, P. 93-95.

anticipations se font d'une manière séquentielle de la variable y_{t+j} formée dans la période $t-1$ et la période t. Ils ont signalé aussi, que la différence $E\left(y_{t+j} \backslash \Omega_t\right) - E\left(y_{t+j} \backslash \Omega_{t-1}\right)$ est une révision de l'erreur d'anticipation pour y_{t+j} entre les périodes $t-1$ et t. Cette révision des erreurs d'anticipations symbolisée par ε_t^j avec une moyenne nulle est la propriété d'orthogonalité pour toutes les informations passées :

$$E\left(\varepsilon_t^j \backslash \Omega_t\right) = E\{[E(y_{t+j} \backslash \Omega_t) - E(y_{t+j} \backslash \Omega_{t-1})] \backslash \Omega_{t-i}\}$$

$$= E(y_{t+j} \backslash \Omega_{t-i}) - E(y_{t+j} \backslash \Omega_{t-i}) = 0, \text{ for } j \geq 0, \text{et } i > 0$$

ε_t^j va devenir alors un processus de différence Martingale et la solution générale pour un modèle d'anticipations rationnelles sera[17] :

$y_t = \alpha(y_{t+1} - \varepsilon_{t+1}^0) + \omega_t$ …. (2.23)

Tel que : $\varepsilon_{t+1}^0 = y_{t+1} - E(y_{t+1} \backslash \Omega_t)$

3. Estimation des modèles des anticipations rationnelles

Il existe différentes procédures pour estimer les modèles linéaires des anticipations rationnelles. La différence principale entre ces procédures réside dans le degré d'usage de l'information concernant le processus générateur de la variable exogène du modèle.

A ce niveau, on trouve des méthodes d'estimations appelées : l'information complète (**F**ull **I**nformation (FI)) ; par exemple : la méthode de maximum de vraisemblance avec information complète '**F**ull **I**nformation **M**aximum **L**ikelihood (FIML)', et la méthode de triple moindres carrées '**T**hree **S**tage **L**east **S**quares (3SLS)'. Parmi ceux qui ont proposé ces méthodes on peut citer principalement : **W**allis (1980), **R**evanker (1980), **C**how (1980) , **D**agli and **T**aylor (1984), **S**argent (1984) et **W**atson (1986).

Ces méthodes exigent une détermination complète des vrais modèles stochastiques économiques qui permettent aux agents économiques de formuler leurs anticipations d'une manière similaire avec ces modèles ; c.à.d. déterminer la relation entre les variables anticipées et les variables réalisées ou encore déterminer la relation entre le processus de formation d'anticipations rationnelles et le modèle qui permettrait aux agents de formuler leurs anticipations.

En revanche, la plupart des études macro-économétriques aujourd'hui, estiment les équations qui contiennent un système d'équations comprenant quelques variables anticipées, sans avoir déterminé le vrai modèle qui permettra aux agents de formuler leurs anticipations, c'est à dire sans avoir besoin d'une information complète. Il s'agit alors des : méthodes à information limitée (Limited Information) que sont :

---

[17] PESARAN, M. H. (1989), The Limits to Rational Expectation, Op-cit, P. 95-96.

- La méthode des estimateurs des variables instrumentales '**I**nstrumental **V**ariables estimators (IV)' appelés aussi : les estimateurs de la méthode générale des moments (**G**eneral **M**ethod of **M**oments estimators (GMM)).

- et la méthode de double moindres carrées (**T**wo **S**tage **L**east **S**quares (2SLS)).

Ces méthodes sont proposées par : **Mc**Callum (1976), **W**ickens (1982), **H**ansen (1982), **C**umby et al. (1983), **H**ayashi and **S**ims (1983), pour justifier le non exigence de la détermination parfaite de vrais modèles stochastiques économiques.

Avant traiter ce problème d'estimation des modèles d'anticipations rationnelles, nous allons tout d'abord présenter le modèle initial des anticipations rationnelles qui a fait l'objet d'une analyse détaillé de la part de : **P**agan (1984)[18] et **T**urkington (1985)[19], ce modèle prend la forme des équations suivantes :

$$y_t = \alpha_1 x_t^e + \boldsymbol{\alpha}_2' \boldsymbol{w}_t + u_t \quad \dots. (3.1)$$

$$x_t = \boldsymbol{\beta}' \boldsymbol{z}_t + v_t \quad \dots. (3.2)$$

$$x_t^e = E(x_t \backslash \boldsymbol{\Omega}_{t-1}) \quad \dots. (3.3)$$

Où : x_t, y_t: représentent des variables endogènes.

w_t : est le vecteur des variables exogènes ou prédéterminées de dimension $(p \times 1)$.

z_t : est le vecteur des variables prédéterminées connues à la période $(t-1)$ ou exactement prédictibles.

$E(x_t \backslash \Omega_{t-1})$: représente les anticipations rationnelles pour x_t formées dans la période $(t-1)$ par rapport à l'ensemble des informations assumé qui contient au moins la variable z_t et les valeurs passées de y_t, x_t, w_t, et de z_t.

Pour estimer les paramètres inconnus α_1, $\boldsymbol{\alpha}_2$, et β, il faut prendre en considération les hypothèses suivantes :

- les perturbations $\varepsilon_t = (u_t, v_t)'$ doivent être distribuées suivant la loi Normale avec une moyenne nulle et une matrice variance-covariance non singulière : $\Psi = \begin{pmatrix} \sigma_{uu} & \sigma_{uv} \\ \sigma_{vu} & \sigma_{vv} \end{pmatrix}$, compte tenu de l'ensemble des informations Ω_{t-1}.

---

[18]Pagan, A. R. (1984) Econometric issues in the analysis of regressions with generated regressors, International economic review, 25, p 221-247.

[19] Turkington, D. A. (1985) A note on two-stage least squares, three-stage least squares and maximum likelihood estimation in an expectations model, International economic review, 26, p 507-510.

- Il doit exister des limites de probabilités pour les variables exogènes prédéterminées, c.-à-d. :

$$n^{-1}\sum_{t=1}^{n} \mathrm{f}_t \mathrm{f}_t' \xrightarrow{p} \Psi_{ff} = \begin{pmatrix} \Psi_{zz} & \Psi_{zw} \\ \Psi_{wz} & \Psi_{ww} \end{pmatrix} \quad , \quad n^{-1}\sum_{t=1}^{n} \mathrm{f}_t \varepsilon_t' \xrightarrow{p} 0$$

Tel que : Ψ_{ff} représente une matrice finie semi-définie.

- Les limites de probabilités pour les régresseurs de l'équation (3.1), doivent exister et elle doivent être non singulières, c.-à-d. :

$$n^{-1}\sum_{t=1}^{n} \mathbf{h}_t^{e} \, \mathbf{h}_t^{e\prime} \xrightarrow{p} \Psi_{f^e f^e} = \begin{pmatrix} \beta' \Psi_{zz} \beta & \beta' \Psi_{zw} \\ \Psi_{wz} \beta & \Psi_{ww} \end{pmatrix}$$

Tel que : $\mathbf{h}_t^{e} = (x_t^{e}, \boldsymbol{w}_t')' = (\boldsymbol{z}_t'\beta, \boldsymbol{w}_t')'$ et la matrice Ψ_{zz} est non singulière.

La première hypothèse concernant le coefficient de perturbation, peut être exprimé ainsi:

- $E(\varepsilon_t) = 0,$ …. (3.4)
- $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-i}') = 0$ pour $i = 1,2, \ldots$ …. (3.5)
- $E(\varepsilon_t \, \mathrm{f}_{t-i}') = 0$ pour $\mathrm{i} = 0,1, \ldots$ …. (3.6)
- $E(x_t \backslash \boldsymbol{\Omega}_{t-1}) = x_t^{e} = \boldsymbol{\beta}' \boldsymbol{z}_t$ …. (3.7)
- $E(\varepsilon_t \mathrm{f}_{t+i}') \neq 0$ pour $\mathrm{i} = 1,2, \ldots$ …. (3.8)

Ecrivons (3.1) et (3.2) sous forme matricielle en observant (3.7), on obtient :

$$\mathbf{y} = \alpha_1 x^{e} + W\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{u} \quad \text{…. (3.9)}$$

$$\mathbf{x} = Z\beta + \mathbf{v} = \mathbf{x}^{e} + \mathbf{v} \quad \text{…. (3.10)}$$

Où : W et Z sont des matrices de dimensions $(n \times p)$ et $(n \times h)$ pour les observations concernant $\boldsymbol{w}_t$ et $\boldsymbol{z}_t$; $\mathbf{y}$ et $\mathbf{x}$ des vecteurs de dimension $(n \times 1)$ pour les observations concernant $y_t$et x_t ; $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$ des vecteurs de perturbations de dimension $(n \times 1)$.

3.1 Les estimateurs du Maximum de Vraisemblance (*The ML estimators*)

L'application de la méthode des estimateurs du Maximum de Vraisemblance (*avec information complète*) est simple, mais elle exige de fréquents calculs numériques. Sous les suppositions de l'équation (2.1), la fonction de vraisemblance logarithmique *'Log-Likelihood'* se présente comme suit :

$$l(\theta) \propto -\frac{n}{2} Log|\Psi| - \frac{1}{2}\varepsilon'(\Psi^{-1} \otimes I_n)\varepsilon$$

Où : I_n représente la matrice d'identité pour le rang *n*, et en considérant que :

$$\theta = (\boldsymbol{\alpha}', \mathbf{b}', \boldsymbol{\sigma}') \, , \, \boldsymbol{\alpha}' = (a_1, \boldsymbol{\alpha}_2') \, , \, \boldsymbol{\sigma}' = (\sigma_{uu}, \sigma_{vv}, \sigma_{uv}) \text{ et } \varepsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{y} - a_1(Z\boldsymbol{\beta}) - W\boldsymbol{\alpha}_2 \\ \mathbf{x} - Z\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix}$$

Pour obtenir les estimateurs de la méthode **MV**, on maximise $l(\theta)$ avec respect du θ comme suit [20]:

$$V\left(\sqrt{n}\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathrm{ML}}\right) = \left[\sigma^{uu}\Psi_{h^e h^e} + (\sigma_{ee}^{-1} - \sigma^{uu})\Psi_{h^e z}\Psi_{zz}^{-1}\Psi_{zh^e}\right]^{-1}$$

$$V(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{\mathrm{ML}}) = \hat{\sigma}_{ee}\begin{bmatrix}\hat{\beta}_{\mathrm{ML}}'(Z'Z)\hat{\beta}_{\mathrm{ML}} & \hat{\beta}_{\mathrm{ML}}'Z'W \\ W'Z\hat{\beta}_{\mathrm{ML}} & WW' + \hat{\mu}W'M_zW\end{bmatrix}^{-1} \qquad / M_z = I - Z(Z'Z)^{-1}Z'$$

Où $\hat{\sigma}_{ee}$ représente l'estimateur MV pour σ_{ee},

et $\hat{\mu}$ représente l'estimateur MV pour μ .

3.2 Les estimateurs de Double Moindres Carrées (Two Stage Least Squares)

Les estimateurs de Double Moindres Carrées sont aussi appelés 'Two-step estimators'. La méthode DMC est basée dans l'estimation des modèles d'anticipations rationnelles sur la technique de substitution. Après calcul des estimateurs constants des variables anticipatives dans une première phase, ces estimateurs seront substitués dans une deuxième phase, dans le modèle d'anticipations rationnelles pour obtenir cette fois les estimateurs constants pour les paramètres.

Dans le cas du modèle simple d'anticipations rationnelles (3.9), l'estimateur de la variable anticipée $\boldsymbol{x}^e$ peut être obtenu dans un 1er pas si on utilise la méthode des moindres carrées ordinaire (MCO) de la régression de X sur Z, comme suit[21]:

$$\hat{\mathbf{x}}^e = Z(Z'Z)^{-1}Z'\mathbf{x} = P_z\mathbf{x}$$

En 2ème pas, l'estimation de α_1 et de $\boldsymbol{\alpha}_2$ se fait avec utilisation du MCO aussi, mais de la régression de $\mathbf{y}$ sur $\hat{\mathbf{x}}^e$ **et** W , tel que : $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{TSLS} = \left(\hat{H}_e'\hat{H}_e\right)^{-1}\hat{H}_e'\,\mathbf{y}$, et $\hat{H}^e = (\hat{\mathbf{x}}^e, W) = (P_z\mathbf{x}, W)$.

3.3 Les estimateurs de la Variable Instrumentale (or General Method of Moments)

Pour estimer les modèles d'anticipations rationnelles, cette technique proposée par **Mc**Callum (1976)[22] et appliquée par **W**ickens (1982)[23], se base principalement sur la méthode d'erreur dans la variable '*errors-in-variable method'*. Sous l'hypothèse des anticipations

[20] Turkington, D. A. (1985) A note on two-stage least squares, three-stage least squares and maximum likelihood estimation in an expectations model, Op-cit, P. 508.

[21] PESARAN, M. H. (1989), The Limits to Rational Expectation, Op-cit, P. 167.

[22] McCallum, B. T. (1976) Rational expectations and the estimation of econometric models: an alternative procedure, International Economic Review, 17, 484-490.

[23] Wickens, M. R. (1982) The efficient estimators of econometric models with rational expectations, Review of economic Studies, 49, p 55-67.

rationnelles, la méthode GMM suppose que si on démarre de l'équation : $\mathbf{x}^e = Z\boldsymbol{\beta} = \mathbf{x} - \mathbf{v}$ on peut écrire les équations (3.9) et (3.10) comme suit :

$\mathbf{y} = H\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{e}$

$\mathbf{x} = Z\boldsymbol{\beta} + \mathbf{v}$

Tel que: $H = (\mathbf{x}, W)$ et $\mathbf{e} = \mathbf{u} - \alpha_1\mathbf{v}$

L'estimateur de la méthode **GMM** est donné alors comme suit :

$\widehat{\boldsymbol{\alpha}}_{GMM} = \left(H' P_f H\right)^{-1} H' P_f \, \mathbf{y}$

Tel que: $P_f = F(F'F)^{-1}F'$

4. Tests de l'hypothèse des anticipations rationnelles

Le test de l'hypothèse des anticipations rationnelles a posé un réel problème avant ces dernières années: d'une côté, cette l'hypothèse a dû souffrir longuement de la non disponibilité des informations requises. D'un autre côté, même si on disposait de ces informations, il était trop difficile de procéder aux solutions, identifications, estimations et, enfin aux tests de cette hypothèse sans utilisation d'un logiciel approprié.

Le test de l'hypothèse des anticipations rationnelles diffère selon les informations disponibles. On distingue le test direct de l'hypothèse des anticipations rationnelles et le test indirect de l'hypothèse des anticipations rationnelles.

4.1 Test direct de l'hypothèse des anticipations rationnelles

On procède aux tests directs de la rationalité si on dispose des observations directes d'un échantillon de lissage des anticipations des individus « *surveys of individuals' expectations* » (qui n'est pas disponible en Algérie) ; c.à.d. la possibilité d'observer directement les anticipations d'un individu ou d'un ensemble d'individus, formées dans la période passée de la valeur d'une variable économique de la période actuelle. Dans ce cas, il existe deux méthodes de test qui sont les suivantes :

▪ *Utilisation de l'hypothèse nulle H_0 et du test de non-biais :*

Considérons le modèle suivant :

$P_t - E_{t-1}P_t = u_t$ ….. (4.1)

Où : P_t représente la valeur actuelle de l'indice des prix de vente en détail, $E_{t-1}P_t$ est l'anticipation de P_t formée dans la période $t-1$ et u_t représente l'erreur aléatoire de prévision.

S'il y a une possibilité d'observation directe des anticipations, on peut exploiter les données dans $E_{t-1}P_t$ et P_t pour exécuter le processus suivant :

$$P_t = \beta_0 + \beta_1 E_{t-1}P_t + v_t \qquad ..... (4.2)$$

Où : β_0 et β_1 sont des paramètres à estimer sous cette régression, et v_t représente l'erreur avec une moyenne nulle.

Si la prévision des anticipations rationnelles figurant dans (4.1) est vraie, il est nécessaire alors que cette régression estime β_0 pour qu'elle soit significativement ne diffère pas de zéro, et que β_1 pour qu'elle soit significativement ne diffère pas de un (1).

Statistiquement, la régression donnera obligatoirement des résultats dans un sens qui n'appuie pas le rejet de l'hypothèse $H_0: \beta_0 = 0$, $\beta_1 = 1$, et d'un terme d'erreur indépendante aléatoirement, c.à.d. l'erreur ne doit pas être systématique.

▪ *Utilisation du test d'efficacité :* considérons le modèle autorégressif AR(k) :

$$P_t = \beta_1 P_{t-1} + \beta_2 P_{t-2} + \cdots + \beta_k P_{t-k} + u_{1t} \qquad ..... (4.3)$$

Où: P_t représente la valeur actuelle de l'indice des prix de vente en détail, $\beta_i \quad i = 1, 2, \dots k$ des paramètres à estimer, et u_{1t} étant l'erreur aléatoire.

S'il y a une possibilité d'observation directe des anticipations, on peut procéder à la régression pour $E_{t-1}P_t$ sur les mêmes variables figurant du côté droit de l'équation (4.3) comme suit :

$$E_{t-1}P_t = \alpha_1 P_{t-1} + \alpha_2 P_{t-2} + \cdots + \alpha_k P_{t-k} + u_{2t} \qquad ..... (4.4)$$

Où: $\alpha_i \quad i = 1, 2, \dots k$ sont les paramètres à estimer, u_{2t} est l'erreur aléatoire.

Si la prévision des anticipations rationnelles est vraie, il convient alors de chercher dans de larges échantillons que les paramètres estimées pour chaque variable dans l'équation (4.3) soit approximativement les mêmes paramètres estimées pour la même variable dans l'équation (4.4) ; c.à.d. il faut que $\beta_1 \approx \alpha_1$ et $\beta_2 \approx \alpha_2$, etc.

Statistiquement, dans ce cas, pour tester l'hypothèse des anticipations rationnelles, il suffit de tester l'hypothèse nulle suivante : $H_0: \beta_i = \alpha_i \quad$ pour $i = 1, \dots, k$

Le **rejet** de cette hypothèse indique le **rejet** de l'hypothèse des anticipations rationnelles.

4.2 Test indirect de l'hypothèse des anticipations rationnelles

Les tests indirects de l'hypothèse des anticipations rationnelles sont utilisés dans le cas où l'on ne dispose pas de données directes relatives aux anticipations des individus sur une variable économique. Brièvement, dans ce type des tests, l'économètre doit tester les restrictions (Tests of restrictions) imposées par l'hypothèse des anticipations rationnelles.

L'hypothèse nulle, dans ce cas, représente un test additif aux restrictions. Ces dernières devront être testées avec les tests suivants (disponibles sur E-views et SAS) :

- Likelihood Ratio test (LR),
- Lagrange Multiplier test (LM),
- Wald test.

Conclusion :

En 1995, Lucas a obtenu le prix Nobel de sciences économiques grâce à la pertinence de ses analyses qui sont parmi les premières à avoir développé le concept d'anticipations rationnelles .C'est depuis plus d'un quart de siècle que l'on a assisté à un bouleversement profond dans la macroéconomie. Bien que d'autres auteurs ont participé d'ailleurs à ce bouleversement.

« La motivation donnée par l'ARS (*Académie Royale du Suède*), qui décerne la plus haute distinction donnée chaque année à un économiste en témoigne : le prix Nobel lui a été décerné pour avoir développé et appliqué *l'hypothèse des anticipations rationnelles* et avoir ainsi transformé l'analyse macroéconomique et approfondi notre compréhension de la politique économique »[24].

L'hypothèse des anticipations rationnelles est venue après bien d'autres hypothèses, tous particulièrement l'hypothèse des anticipations statiques et celle des anticipations adaptatives. Ces dernières ont été sujettes à beaucoup de critiques.

D'ailleurs, l'hypothèse des anticipations rationnelles est elle aussi critiquée ces dernières années. Une première réponse à ces critiques est l'amendement de cette méthode, et la venue d'une nouvelle hypothèse, the Learning hypothesis qui se décline en deux variantes: the rational Learning model et the boundedly rational learning model.

Cependant, la mise en œuvre pratique de l'hypothèse des anticipations rationnelles reste un problème ardu même dans les pays développés. L'application de cette hypothèse dans les pays en voie de développement n'est pas envisageable a moyen terme étant données la masse d'informations exigée. Ces informations ne sont pas d'ailleurs disponibles dans ces pays vu l'atrophie des structures statistiques et le coût élevé de cette masse d'informations, qui a été d'ailleurs une des critiques majeure adressée à l'hypothèse des anticipations rationnelles.

[24] Gilbert ABRAHAM-FROIS, Françoise LARBRE (1998), La macroéconomie après LUCAS, textes choisis, Economica, Paris, France, Introduction.

Bibliographie sommaire

1. Bernard Wallisher (1985), Anticipation, équilibre et rationnalité économique, Calmann-Lévy, France.
2. Robert E. Lucas, Jr. and Thomas J. Sargent, editors, (1984), Rational expectations and econometric practice, Volume 1, the university of Minnesota Press Minneapolis, USA.
3. David K.H. Begg (1985), The rational expectations revolution in macroeconomics, theories & evidence, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland, USA.
4. Alan E. H. Speight (1989), Consumption, Rational expectations and Liquidity, theory and evidence, St Martin's Press, Inc, New York, USA.
5. Shaw, G.K. (1984), Rational expectations, an elementary exposition, Harvester Press, UK.
6. Patrick Minford and David Pell, (1983), Rational expectations and the new macroeconomics, Martin Robertson (ed), Oxford, UK.
7. Aoki, Masanao and Mathew Canzoneri. (1979), Reduced form of rational expectations models, Quarterly journal of economics, 93 (February).
8. Broze, L., Gourieroux, C., Szafarz, A. (1985), Solution of linear rational expectations models, Econometric theory, 1.
9. Charles H. Whiteman (1983), Linear Rational Expectations Models, universiry of Minnesota Press, Minneapolis, USA.
10. Blachard, Oliver J. (1978), The solution of linear difference models under rational expectations, Econometrica, 48 (Julay).
11. Shiler, Robert J. (1978), Rational expectations and the dynamic structure of macro-economic models, a critical review, Journal of monetary economics, January.
12. Pesaran, M. H. (1989), The Limits to Rational Expectation, Basil Blackwell Ltd, Oxford, UK.
13. Pagan, A. R. (1984) Econometric issues in the analysis of regressions with generated regressors, International economic review, 25.
14. Turkington, D. A. (1985) A note on two-stage least squares, three-stage least squares and maximum likelihood estimation in an expectations model, International economic review, 26.
15. McCallum, B. T. (1976) Rational expectations and the estimation of econometric models: an alternative procedure, International Economic Review, 17.
16. Wickens, M. R. (1982) The efficient estimators of econometric models with rational expectations, Review of economic Studies, 49.
17. Gilbert ABRAHAM-FROIS, Françoise LARBRE (1998), La macroéconomie après LUCAS, textes choisis, Economica, Paris, France.