Revue d'Economie et de Statistique Appliquée
Volume 19 number 1, June 2022
ISSN : 1112-234X   EISSN : 2600-6642
Pages :52-63

COMPARISON OF IDENTIFICATION CRITERIA IN TIME SERIES: EVALUATION OF CRITERIA $FPE^{(\alpha)}\ (k)$

COMPARAISON DES CRITERES D'IDENTIFICATION EN SERIES TEMPORELLES : EVALUATION DU CRITERE $FPE^{(\alpha)}\ (k)$

[*]Oussama OULDDALI
Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée ENSSEA
Laboratoire de Modélisation de Phénomènes Stochastiques LAMOPS
ouldali.oussama@enssea.net

Oumelkheir MOUSSI
Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée ENSSEA
Laboratoire de Statistique Appliquée LASAP
eokmoussi@yahoo.fr

***Reçu le** : 2021/061/01 **Accepté le :** 2021/12/28 **Publication en ligne le** : 2022/05/02*

ABSTRACT:: In order to improve time series model selection, the use of identification criteria is the most essential. There are several classified according to their theoretical formulas and their asymptotic properties. The main objective of this study is to assess some of the most important among them and show the accuracy of the $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ criterion. We've simulated a stationary ARMA processes. From these processes we've estimated candidate models. Five significant models have been chosen.

A comparison between five criteria was made, including the $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ criterion**.** The performance of a criterion depends on the optimal model that will choose it.
Finally, we have shown that from a small sample size which in general does not exceed 100, the accuracy of the $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ criterion is higher than the others, in other words the $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ criterion is the most precise.
Keywords : Time series, Information criterion, the $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ criterion, Convergence, ARMA process, Monte Carlo simulation.
JEL Classification : C01

RESUME
Afin de faciliter la sélection d'un modèle de séries temporelles uni varié l'utilisation des critères d'identification s'impose. Il en existe plusieurs classés selon leurs formules théoriques et leurs

[*]Auteur Correspondant

propriétés asymptotiques. L'objectif de cette étude est d'évaluer quelques-uns parmi les plus importants d'entre eux et montrer la performance du critère $FPE^{(\alpha)}$ (k) (final prediction error) . Nous avons effectué une simulation des processus ARMA stationnaires.et à partir de ces processus nous avons estimé des modèles candidats. Cinq modèles significatifs ont été choisis.

Une comparaison entre cinq critères a été faite dont figure le critère $FPE^{(\alpha)}$ (k). La performance d'un critère dépend de la taille d'échantillon du modèle optimal qui va sélectionner et de son taux de précision.

Après avoir procédé à des simulations de plusieurs processus ARMA et utilisé plusieurs tailles d'échantillon nous avons montré que si tous les critères étaient équivalents en terme de performance pour les grandes tailles d'échantillon, le critère $FPE^{(\alpha)}$ (k) est nettement plus précis dans le cadre des petites tailles d'échantillon qui en général ne dépasse pas 100.

Mots clés : Séries temporelles, Critères d'information, Le critère $FPE^{(\alpha)}$ (k) ,Convergence, Processus ARMA, Simulation de Monte Carlo.

1. INTRODUCTION

Les séries temporelles se décomposent en: tendance, saisonnalité, volatilité et résidu, elles peuvent être plus ou moins régulières selon le domaine d'application. Cependant il existe de nombreux phénomènes irréguliers, dans le sens où ils sont moins prévisibles comme les séries financières telles que le prix du baril de pétrole ou le taux de change.

La modélisation de ces séries n'est pas évidente et demande beaucoup d'expérience dans le domaine d'application.

Pour cela de nombreuses méthodes ont été développées pour répondre à ces différentes problématiques, parmi elles, l'utilisation des critères d'identification dont le but est de faciliter la sélection d'un ou plusieurs modèles représentant le mieux possible la réalité.

La première partie de cet article sera consacrée à une revue de la littérature de quelques critères d'identification dont le critère $FPE^{(\alpha)}$ (k) , et quelques brefs rappels sur les modèles des séries chronologiques uni variées. En deuxième partie nous allons discuter et interpréter les résultats de comparaison des différents critères d'identification par rapport à leur convergence.

2. LES CRITERES D'IDENTIFICATION EN SERIES TEMPORELLES ET LEUR PROPRIETES:

a. Rappel sur les processus ARMA :

Définition 1 : Un processus aléatoire $(\boldsymbol{X_t}, \boldsymbol{t} \in \mathbb{Z})$ est dit autorégressif moyenne mobile d'ordre **p** et **q** et

on le note $X_t \rightarrow$ ARMA (p, q) s'il satisfait une équation de type:

$\boxed{X_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t}$ tel que:

$\boldsymbol{a_i}, \boldsymbol{\theta_j} \in \mathbb{R}$ $\boldsymbol{i} = \overline{\mathbf{0},..,\boldsymbol{p}}$ $\boldsymbol{j} = \overline{\mathbf{0},..,\boldsymbol{q}}$ $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q} \in \mathbb{N}^*$ $\boldsymbol{a_p} \neq \mathbf{0}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{\theta_q} \neq \mathbf{0}$.

La forme canonique de cette équation est la suivante:

$\Phi(B). X_t = a_0 + \Theta(B). \varepsilon_t.$

Avec $\Phi(B)$: polynôme caractéristique de la partie AR

$$\Phi(B) = 1 - a_1 B - a_2 B^2 - \dots\dots\dots - a_p B^p$$

$\Theta(B)$:polynôme caractéristique de la partie MA

$$\Theta(B) = 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots\dots\dots + \theta_q B^q$$

$\boldsymbol{a_i}, \boldsymbol{\theta_j} \in \mathbb{R}$ $\boldsymbol{i} = \overline{\boldsymbol{0},\ldots,\boldsymbol{p}}$ $\boldsymbol{j} = \overline{\boldsymbol{0},\ldots,\boldsymbol{q}}$ $\boldsymbol{p},\boldsymbol{q} \in \mathbb{N}^*$ $\boldsymbol{a_p} \neq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{\theta_q} \neq \boldsymbol{0}$,B: opérateur retard et ε_t est un bruit blanc $(0,\sigma_\varepsilon^2)$.

b. Les critères d'identification :

Les critères d'identification ou critères d'information sont une mesure de la qualité d'un modèle statistique estimé permettant de juger l'exactitude de la sélection de l'ordre d'un modèle qui sera choisi parmi les modèles alternatifs. Ils sont basés sur l'échantillon observé et classés selon leur formule mathématique, propriétés asymptotiques.

Parmi les critères les plus utilisés on peut citer:

i. Critère d'information d'Akaike (AIC) :

Soit un modèle statistique suivant une loi de paramètre θ contenant k paramètres à estimer[1] de fonction de vraisemblance L(X,θ).

Le critère d'information d'Akaike est basé sur la fonction de pénalité suivante:

$$\boxed{AIC(k) = -2lnL(X,\theta) + 2k}$$

Dans le contexte des séries chronologiques le critère d'information d'Akaike s'écrit sous la forme suivante :

$$\boxed{AIC(k) = nln(\sigma_k^2) + +2k}$$

Où k représente le nombre des paramètres à estimer du modèle ARMA

Avec n la taille de l'échantillon.

$\sigma_k^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} {e_t}^2$ e_t résidus

Le modèle qui sera sélectionné est celui qui minimise la quantité

$$M_{AIC(k)} = min_{1\leq M \leq L} AIC(M)$$

ii. Critère d'information Bayésien (BIC)

La forme du critère d'information Bayésien ne dépend pas seulement du nombre de paramètres mais aussi de la taille de l'échantillon:

$$\boxed{BIC(k) = -2lnL(X,\theta) + kln(n)}$$

[1] $k = 1,2, \ldots, L$

Où k représente le nombre des paramètres à estimer du modèle ARMA

Avec n la taille de l'échantillon.

En séries temporelles, Schwarz a amélioré ce critère qui devient le SIC(k)

$$\boxed{SIC(k) = nln(\sigma_k^2) + kln(n)}$$

Le modèle optimal est celui qui minimise la quantité

$$M_{SIC(k)} = min_{1\leq M\leq L} SIC(M)$$

iii. Critère d'information de Hannan Quinn (HQIC)

Le critère d'information Hannan et Quinn est considéré comme étant l'intermédiaire entre le AIC(k) et le BIC(k), sa forme est la suivante:

$$\boxed{HQIC(k) = -2lnL(X,\theta) + 2c.k.ln(ln(n))}$$

Où k représente le nombre des paramètres à éstimer du modèle ARMA

Avec n la taille de l'échantillon.

Dans le contexte des processus ARMA

$$\boxed{HQIC(k) = nln\left(\sigma_k^2\right) + +2c.k.\ln(ln(n))}$$

généralement la constante c dépasse 1 (c>1)

Le modèle optimal est celui qui minimise la quantité

$$M_{HQIC(k)} = min_{1\leq M\leq L} HQIC(M)$$

iv. Le Critère d'information FPE (Final Prediction Error)

Proposé par H.AKAIKE en 1970, conçu pour la sélection de l'ordre optimal d'un modèle de séries temporelles.

Il est calculé à partir de l'estimateur de la variance de l'erreur de prévision, écrit sous la forme:

$$\boxed{FPE(k) = \left(1+\frac{k+1}{n}\right)\left(1-\frac{k+1}{n}\right)^{-1}.S_e^2 = \frac{n+k+1}{n-k-1}.S_e^2}$$

Dans le contexte des séries temporelles

$$\boxed{FPE(k) = \frac{n+k}{n-k}.\sigma_k^2}$$

Avec k la somme des ordres AR et MA dans un modèle ARMA

n la taille de l'échantillon

$\sigma_k^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} {e_t}^2$ e_t résidus

Le modèle optimal est celui qui minimise la quantité est :

$$M_{FPE(k)} = min_{1 \le M \le L} FPE(M)$$

Les résultats et les remarques obtenues par l'auteur[2]se résument dans la conclusion suivante[3] :

Soit $(\boldsymbol{X_t}, \boldsymbol{t} \in \mathbb{Z})$ un processus autorégressif d'ordre p, stationnaire, gaussien centré de variance égale à 1.

Soit $(X_1, X_2, \ldots, X_N)$ un échantillon du processus $(\boldsymbol{X_t}, \boldsymbol{t} \in \mathbb{Z})$. Sachant que l'ordre p est majoré par un nombre fixé L, on ajuste aux observations des processus autorégressifs d'ordres successifs k, k=1,2,...., L.

Soit un modèle statistique suivant une loi de paramètre θ contenant k paramètres à estimer de fonction de vraisemblance L(X,θ).

Les calculs sur les propriétés statistiques de $FPE(p)$ $p = 1,2,..,L$, montrent que pour un processus observé d'ordre p la probabilité d'observer $FPE(k) < FPE(p)$ avec $k < p$ est négligeable pour une taille d'échantillon assez grande. Par contre la probabilité d'observer $FPE(k) < FPE(p)$ avec $k > p$ tend vers une constante non nulle. D'où la valeur sélectionnée par ce critère ne sera pas un estimateur convergent de l'ordre du processus observé.

Donc, on se basant sur ces observations, l'auteur[4] a suggéré de remplacer ce critère par

---

[2] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

[3] **AKAIKE.H**, "Fitting autoregressive models for prediction", Anals Inst.Statist.Math, 21(1969) pp. 243-257.

AKAIKE.H, "Statistical Predictor Identification", Anals Inst.Statist.Math, 22(1970),pp. 203-247.

[4] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

Le critère d'information $FPE^{(\alpha)}$ (k) , d'où la définition suivante.

v. Le critère d'information $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$

Le critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$ est un critère dérivé du critère $\boldsymbol{FPE}$ [5] est défini par:

Définition 2:

$$\boxed{\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}\ (\boldsymbol{p}) = \left(1+\frac{p+1}{n^{\alpha}}\right)\left(1-\frac{p+1}{n}\right)^{-1}.S_e^2 = \frac{n^{\alpha}+p+1}{n^{\alpha-1}(n-p-1)}.S_e^2}$$

$$0 < \alpha < 1$$

Dans le contexte des séries temporelles

$$\boxed{\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}\ (\boldsymbol{k}) = \left(1+\frac{k}{n^{\alpha}}\right)\left(1-\frac{k}{n}\right)^{-1}.\ \sigma_k^2 = \frac{n^{\alpha}+k}{n^{\alpha-1}(n-k)}\sigma_k^2}$$

k : la somme des ordres AR et MA dans un modèle ARMA y compris la constante.

n la taille de l'échantillon et $0 < \alpha < 1$

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} {e_t}^2 \quad e_t \text{ résidus.}$$

Le modèle qui sera sélectionné est celui qui minimise la quantité

$$M_{FPE^{(\alpha)}(k)} = min_{1\le M\le L} FPE^{(\alpha)}\ (M)$$

Théorème 1 :[6] Soit $(X_1, X_2, \ldots., X_N)$ un échantillon du processus $(X_t, t \in \mathbb{Z})$.. Sachant que l'ordre p est majoré par un nombre fixé L, on ajuste aux observations des processus autorégressifs d'ordres successifs $p, p = 1,2, \ldots., L$.et $\hat{p}$ un estimateur de p, tel que $M_{FPE^{(\alpha)}(p)} = min_{1\le M\le L} FPE^{(\alpha)}\ (M)$ alors pour tout μ fixé et pour tout $\alpha = \alpha_N$ tel que :

$$\boxed{si\ \ 0 \le \alpha \le \frac{\log(\mu)}{\log(N)}\ \ Alors :\ \lim_{N\to\infty} p[p \ne p_0] = 0}$$

Le critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{p})$, est donc convergent en probabilité pour $0 < \alpha < 1$.

---

[5] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

[6] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

$\alpha: 0 < \alpha < 1$.

Théorème 2 :[7] Soit $(X_1, X_2, \ldots, X_N)$ un échantillon du processus $(X_t, t \in \mathbb{Z})$.. Sachant que l'ordre p est majoré par un nombre fixé L, on ajuste aux observations des processus autorégressifs d'ordres successifs $p, p = 1,2, \ldots, L$.et $\hat{p}$ un estimateur de p, tel que $M_{FPE^{(\alpha)}(p)} = min_{1 \le M \le L} FPE^{(\alpha)}(M)$ alors pour tout β fixé, $0 < \beta < 1$ et

$$\boxed{\alpha_N = \beta - \frac{\beta \log(\log(\log(N)))}{\log(N)}}$$

Il existe presque sûrement N_0 tel que $N \ge N_0 \Rightarrow \hat{p} = p_0$.

Corollaire 1 :[8] pour tout β fixé, $0 < \beta < 1$ et $\alpha = \beta$

Il existe presque sûrement N_0 tel que $N \ge N_0 \Rightarrow \hat{p} = p_0$.

Donc le critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}(p)}$ converge presque sûrement pour $0 < \alpha < 1$.

Vu que tous les critères d'information ont le même objectif, il sera donc évident de chercher à évaluer leur performance d'où la comparaison entre ces critères.

3. COMPARAISON DES DIFFERENTS CRITERES D'IDENTIFICATION :

Nous utilisons la simulation de Monte Carlo pour examiner les performances de quelques critères d'information dans le contexte des séries temporelles et la sélection du meilleur modèle ARMA parmi des modèles candidats.

Dans un premier temps on effectue une simulation d'un seul modèle ARMA(4,1) stationnaire considéré comme étant le modèle réel, à partir de ce modèle nous allons estimer des modèles candidats (les modèles significatifs trouvés sont (AR(1),AR(2),AR(3),AR(4),ARMA(4,1))), Quatre tailles de l'échantillon sont considérées S={50,100,500,1000}(petite, moyenne et grande taille). Le critère d'information qui choisira le ARMA(4,1) sera donc le plus précis.

La deuxième étape sera généralisée, basée sur la simulation de plusieurs modèles réels ARMA(4,1), nous effectuons ensuite une estimation pour chacun de ces modèles, les modèles candidats restent les mêmes ainsi que la taille de l'échantillon, de chaque critère nous allons calculer le pourcentage de choisir le modèle ARMA(4,1) parmi les cinq modèles candidats, le critère qui aura le taux le plus élevé sera le plus précis.

On peut donc évaluer et classer ces critères d'information à l'aide de ce taux (notre variable d'intérêt de l'étude).

---

[7] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}(k)}$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

[8] **ROUAB.O**, "Convergence du critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}(k)}$", thèse de doctorat de troisième cycle, Université de Pierre et Marie Curie Paris 6,1985.

Les critères choisis pour cette étude sont: le critère d'information d'Akaike AIC, le critère de Schwarz SIC et le critère $\boldsymbol{FPE^{(\alpha)}}$ $(\boldsymbol{k})$, comme $0 < \alpha < 1$ nous avons choisi trois valeurs, chacune d'elles correspond à l'un des cas différents présentés comme suit:

Pour le premier cas $\alpha < 0.5$ on a choisi $\alpha = 0.2$, le deuxième cas $\alpha = 0.5$ et le troisième sera $\alpha > 0.5$ on a donc choisi $\alpha = 0.9$.

Les résultats des deux simulations sont les suivants:

a. Résultats de la première simulation :

Comparaison des critères d'information par une simple simulation d'un processus ARMA stationnaire.

i. Eléments du travail :

- Le modèle simulé: ARMA(4,1) stationnaire.

$X_t=1.7X_{t-1}-0.95X_{t-2}+0.199X_{t-3}-0.012X_{t-4}+\varepsilon_t +0.5\varepsilon_{t-1}$

- Sa représentation canonique:

$(1-0.1B)(1-0.3B)(1-0.5B)(1-0.8B)\ X_t=(1+0.5B)\ \varepsilon_t$

Tel que $\varepsilon_t$est un bruit blanc gaussien

- Les modèles significatifs estimés (candidats):

(AR(1), AR(2), AR(3), AR(4), ARMA(4,1)).

- Taille de l'échantillon: n=50, n=100, n=500, n=1000.
- Critères d'information à comparer: AIC(k), SIC(k) et $FPE^{(\alpha)}$ (k) α= {0.2, 0.5, 0.9}

Figure 1 : Simulation d'un processus ARMA(4,1), n=100

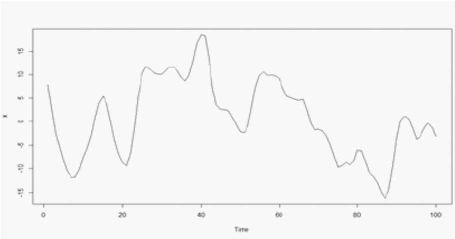


Figure 2 : Simulation d'un processus ARMA(4,1), n=500

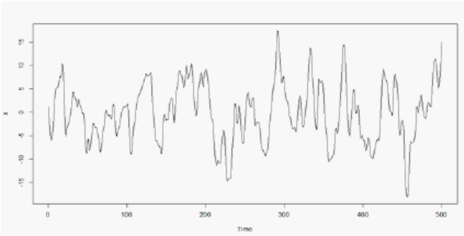
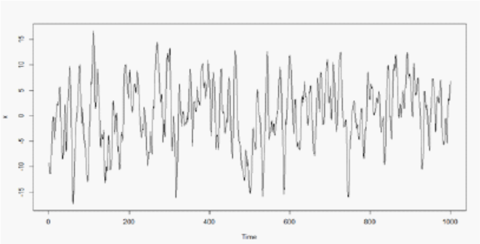


Figure 3 : Simulation d'un processus ARMA(4,1), n=1000



ii. Interprétation des résultats :

Table 1 : Résultats de la première simulation

Taille de l'échantillon	M^*_{AIC}	M^*_{SIC}		$M^*_{FPE(0.2)}$	$M^*_{FPE(0.5)}$	$M^*_{FPE(0.9)}$
N=50	AR(3)	AR(2)	ARMA(4.1)			
N=100	AR(4)	AR(3)	ARMA(4.1)			
N=500	ARMA(4.1)					
N=1000	ARMA(4.1)					

- Pour une petite taille d'échantillon Tous les critères ont sous-estimé le modèle réel, sauf les critères $FPE^{(\alpha)}\ (k)$.
- Le critère $AIC(k)$ a choisi le AR(4) au lieu de ARMA (4.1) ce qui représente un compromis entre le biais, diminuant avec le nombre de paramètres et la parcimonie, volonté de décrire les données avec le plus petit nombre de paramètres possibles.
- Le modèle choisi par le critère $SIC(k)$ est un modèle qui a moins de paramètres à estimer. Il est plus parcimonieux que le critère $AIC(k)$ puisqu'il pénalise plus le nombre de variables présentes du modèle.
- Si l'échantillon est grand, tous les critères optent pour le même modèle ARMA (4.1).

Conclusion : Pour une petite taille d'échantillon le critère $FPE^{(\alpha)}\ (k)$ opte pour un modèle optimal qui a les mêmes paramètres que ceux du modèle réel.

b. Résultats de la deuxième simulation :

i. Eléments du travail :

- Les modèles simulés: ARMA(4,1) stationnaire.
  $X_t=1.7X_{t-1}-0.95X_{t-2}+0.199X_{t-3}-0.012X_{t-4}+\varepsilon_t\ +0.5\varepsilon_{t-1}$
- Sa représentation canonique:
  $(1-0.1B)(1-0.3B)(1-0.5B)(1-0.8B)\ X_t=(1+0.5B)\ \varepsilon_t$
  Tel que ε_t est un bruit blanc gaussien

- Le nombre de processus simulés: 100,1000 et 10000
- Les modèles significatifs estimés (candidats):
  (AR(1), AR(2), AR(3), AR(4), ARMA(4,1)).
- Taille de l'échantillon: n=50,n=100, n=500, n=1000.
- Critères d'information à comparer: AIC(k), SIC(k) et $FPE^{(\alpha)}$ (k)
  α= {0.2, 0.5, 0.9}
- Taux de précision: La probabilité pour que ARMA(4,1) soit le modèle optimal

ii. Résultats de la simulation :

Table 2: Résultats de la simulation de 100 modèles ARMA (4.1)

n\IC	M*(AIC)	M*(SIC)	M*(FPE (0.2))	M*(FPE (0.5))	M*(FPE (0.9))
n=50	0.32	0.05	0.52	0.52	0.52
n=100	0.5	0.13	0.65	0.65	0.65
n=500	0.9	0.62	0.97	0.97	0.97
n=1000	1	0.99	1	1	1

Table 3: Résultats de la simulation de 1000 modèles ARMA (4.1)

n\IC	M*(AIC)	M*(SIC)	M*(FPE (0.2))	M*(FPE (0.5))	M*(FPE (0.9))
n=50	0.321	0.094	0.548	0.548	0.548
n=100	0.457	0.141	0.646	0.646	0.646
n=500	0.914	0.666	0.961	0.961	0.961
n=1000	0.995	0.932	0.998	0.998	0.998

Table 4: Résultats de la simulation de 10000 modèles ARMA (4.1)

n\IC	M*(AIC)	M*(SIC)	M*(FPE (0.2))	M*(FPE (0.5))	M*(FPE (0.9))
n=50	0.4601	0.1567	0.6590	0.6590	0.6590
n=100	0.4626	0.1567	0.6588	0.6588	0.6588
n=500	0.9216	0.6584	0.9619	0.9619	0.9619
n=1000	0.9938	0.9193	0.9973	0.9973	0.9973

Interprétation des résultats :

- Le critère de Schwarz SIC(k) a le taux de précision minimal quel que soit la taille d'échantillon, donc il est le moins performant, avec uniquement 5% de taux de précision dans le cas d'une petite taille d'échantillon, l'utilisation de ce critère n'est pas recommandée.
- Les taux de précision du critère $FPE^{(\alpha)}(k)$ sont plus élevés à celui de l'AIC(k) dans le cas d'une petite taille d'échantillon: on remarque un écart de 20% en moyenne, cet écart devient moins important lorsqu'il s'agit d'une moyenne ou grande taille d'échantillon.
- A partir d'une grande taille d'échantillon, le taux de précision de tous les critères dépasse 90%.
  Les critères $FPE^{(\alpha)}(k)$ ont le même taux de précision pour tout α= {0.2, 0.5, 0.9}

Conclusion : Dans le cas d'une petite taille d'échantillon le critère d'information $FPE^{(\alpha)}(k)$ est le plus performant.

4. CONCLUSION :

L'approche de comparaison précédente nous a permis de déterminer empiriquement la précision de chaque critère d'information c'est à dire la probabilité de choisir parmi les modèles candidats le modèle dont la forme est identique à celle du modèle réel. Le critère d'information de Schwarz était le moins précis, le critère $FPE^{(\alpha)}(k)$ est le meilleur pour tout α= {0.2, 0.5, 0.9}, son taux de précision dépasse largement ceux des critères $AIC(k)$ et $SIC(k)$.

Dans le cas d'une petite taille d'échantillon, le critère $FPE^{(\alpha)}(k)$ est le plus précis. Son taux de précision dépasse largement ceux des critères AIC(k) et SIC(k) avec un écart important.

Rappelons que ce travail a été fait dans le cas des séries temporelles uni variées, ce qui reste à traiter est d'appliquer ce critère aux données réelles pour le choix du modèle optimal, vérifier son pouvoir prédictif et sa qualité de prévision et déterminer la valeur fixe et optimale de α pour que le critère $FPE^{(\alpha)}(k)$ soit plus efficace pour la sélection du bon modèle.

BIBLIOGRAPHIE :

1. **AKAIKE.H**, "Fitting autoregressive models for prediction", Anals Inst.Statist.Math, 21(1969), pp. 243-257.
2. **AKAIKE.H**, "Statistical Predictor Identification", Anals Inst.Statist.Math, 22(1970),pp. 203-247.
3. **BURNHAM.K et ANDERSON.D**., *Model selection and multimodel inference*, Springer, New York, 2002.
4. **GALBRAITH.W and ZINDE-WALSH.V,** « *Evaluation des critères d'information pour les modèles de séries chronologiques*», revue L'Actualité économique, vol. 80, n°2-3, juin–septembre 2004, p. 207-227.
5. **KONICHI.S and KITAGAWA.G**., *Information Criteria and statistical modeling*, Springer, New York, 2008.
6. **LEBARBIER.E et MARY-HUARD.T.,** « *Une introduction au critère BIC: fondements théoriques et interprétation* », Journal de la société française de statistique, tome 147 n°1, 2006, p39-57.
7. **OKYOUNG.N,** «*Generalized information criterion for the AR model*», Journal of the Korean Statistical Society, vol. 46, December 2016.
8. **ROUAB.O,** "Convergence du critère $FPE^{(\alpha)}$ (k)", thèse de doctorat de 3ième cycle, Université Pierre et Marie Curie Paris VI,1985.
9. **SHIBATA, R,** « *Asymptotically Efficient Selection of the Order of the Model for Estimating Parameters of a Linear Process*», Annals of Statistics, Augaust 1980, pp 147-164.