Revue d'Economie et de Statistique Appliquée
Volume 18 number 2, December 2021
ISSN : 1112-234X EISSN : 2600-6642
Pages :102-111

OPTIMIZATION OF A PROPORTIONATE REASSURANCE PROGRAM USING ACTUARIAL MODELLING

OPTIMISATION D'UN PROGRAMME DE REASSURANCE PROPORTIONNELLE A L'AIDE DES MODELISATIONS ACTUARIELLES

[*]Housam GUERDOUH

Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'économie Appliquée ENSSEA

Laboratoire de Statistique Appliquée LASAP

hsmg-09@live.fr

Saliha OUADAH REBRAB

Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'économie Appliquée ENSSEA

Laboratoire de Statistique Appliquée LASAP

souadah@yahoo.fr

***Reçu le** : 24/04/2019 **Accepté le :** 13/05/2021 **Publication en ligne le** : 28/12/2021*

ABSTRACT: The objective of this article is to design an optimal reinsurance strategy through the application of an actuarial approach (De Finetti method and RORAC ratio) to the two types of proportional treaties (share and exceed full) in order to determine the optimal retention level of a Fire portfolio of the Algerian insurance company CAAT. By referring to this method, we try to determine the level that minimizes fluctuations in results by examining, under the constraint of a fixed expected profit, the possibility of minimizing the volatility of the result of the insurer after reinsurance. Keywords: proportional reinsurance, optimal retention, De Finetti model, RORAC ratio, volatility of the result.

Keywords: proportional reinsurance, optimal retention, De Finetti model, RORAC ratio, earnings volatility

JEL Classification: G22 G28 G32

RESUME : Cet article a pour objectif de concevoir d'une stratégie de réassurance optimale à travers l'application d'une approche actuarielle (méthode de De Finetti et ratio RORAC) aux deux types de traités proportionnels (quote-part et excèdent de plein) afin de déterminer le niveau de rétention optimale d'un portefeuille Incendie de la Compagnie Algérienne des assurances CAAT. En nous référant à cette méthode nous tentons de déterminer le niveau qui minimise les fluctuations des résultats en examinant, sous contrainte d'un bénéfice espéré fixer, la possibilité de minimiser la volatilité du résultat de l'assureur après réassurance.

Mots clés : réassurance proportionnelle, rétention optimale, modèle de De Finetti, le ratio RORAC, volatilité du résultat.

1. INTRODUCTION

[*] Auteur Correspondant

La réassurance correspond à un degré de sécurité supplémentaire pour se prémunir contre les risques en général. Cette « assurance de second niveau » est généralement mise en place afin d'éviter que des sinistres cumulatifs ou de très grande ampleur ne viennent impacter trop fortement les résultats des organismes d'assurances. Le réassureur (cessionnaire) intervient auprès d'un organisme assureur (cédante) qu'il réassure en prenant à sa charge, moyennant une prime, tout ou partie des sinistres relatifs aux polices d'assurances incluses dans le périmètre de la réassurance.

La réassurance est donc un moyen efficace de transfert de risque qui aide au pilotage financier des résultats des organismes d'assurances mais le réassureur est aussi de plus en plus un support et conseiller technique auprès de ses clients qui peut, entre autres, les aider au développement de nouveaux produits[†].

Le souci de l'assureur est de se procurer une couverture de réassurance optimale avec un coût minimum qui lui permet d'éviter toute éventuelle déviation de ses résultats et homogénéiser son portefeuille de risque et ce, par le choix d'un programme de réassurance efficace qui lui permet aussi de pouvoir répondre aux besoins de ses assurés.

Pour établir un bon programme de réassurance, il est primordial de choisir le bon mode et la forme de réassurance, les risques à transférer mais aussi déterminer la rétention de la compagnie.

La détermination de la rétention est capitale, si la compagnie d'assurance décide de ne pas prendre de risques et fixe une rétention qui soit faible, elle pourrait perdre des primes pour des petits sinistres qui sont dans sa capacité, contrairement à cela, elle pourrait prendre des risques en déterminant un seuil de rétention supérieur à sa capacité financière, la survenance d'un sinistre qui dépasse sa capacité théorique pourrait nuire à sa situation financière et la conduire à la faillite.

La difficulté est : **comment déterminer une rétention optimale pour une compagnie d'assurance ? Quelle est la rétention optimale qui permet à une compagnie d'assurance de réduire sa probabilité de ruine ?**

Pour apporter des éléments de réponses à ces interrogations, nous utiliserons un portefeuille d'assurances incendie de la CAAT afin de comparer deux structures proportionnelles: réassurance en quote-part et réassurance en excédent de plein. Nous adoptons l'approche actuarielle de De Finetti ainsi que le ratio RORAC aux deux types de traités proportionnels afin de déterminer le niveau de rétention optimale.

2. LA REASSURANCE PROPORTIONNELLE

En réassurance proportionnelle, un taux de cession est défini pour chacun des risques en portefeuille. Le réassureur reçoit une portion de la prime originale correspondant au taux de cession et il paie la même portion des sinistres éventuels qui touchent le contrat d'assurance.

On distingue deux formes de réassurance proportionnelle: réassurance en quote-part et réassurance en excédent de plein.

2-1 La réassurance en « quote-part » (Quota Share)

[†] CHIGNAC Jonathan, réassurance de la provision d'égalisation des régimes de prévoyance collective, mémoire d'actuariat, institut des actuaires LYON 1, 2014,page 43

Sous cette forme, la cédante et le réassureur conviennent d'une cession identique des primes et de la sinistralité. Chaque sinistre, quelle que soit sa hauteur est partagé selon la même proportion entre assureur et réassureur.

Notons $\boldsymbol{\alpha}$ le coefficient de rétention de l'assureur, $\boldsymbol{Pi}$ la prime commerciale du risque i de l'assureur, $\boldsymbol{Si}$ le sinistre du risque i de l'assureur et $\boldsymbol{n}$ le nombre des risques.

L'assureur cède une partie $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\sum \boldsymbol{Pi}$ de ses primes et conserve donc $\boldsymbol{\alpha}\sum \boldsymbol{Pi}$. En contrepartie, l'assureur se voir rembourser $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\sum \boldsymbol{Si}$ de ses sinistres, mais conserve à sa charge $\boldsymbol{\alpha}\sum \boldsymbol{Si}$. Le réassureur reverse à l'assureur une partie $\boldsymbol{Cr}$, appelée commission de réassurance, des primes cédées $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\alpha})\sum \boldsymbol{Pi}$ en compensation des chargements de gestion que lui a cédés l'assureur.

2-2 La réassurance en excédent de plein (Surplus Share)

Soit $\boldsymbol{R}$ le plein de rétention de la cédante[‡]. Un risque dont la somme assurée, notée $\boldsymbol{SA}$, est inférieure au plein ne bénéficiera pas de la réassurance. Un risque dont la somme assurée dépasse le plein bénéficiera de la réassurance en excédent de plein. En échange une portion de la prime relative à ce risque doit être cédée au réassureur. Le taux de cession de prime est définit par : $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{max}\,(\mathbf{0}, \mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{SA}})$

Lorsqu'un sinistre $\boldsymbol{S}$ survient, le réassureur prend à sa charge $\boldsymbol{\tau}\,\boldsymbol{S}$. Si le sinistre est total $(\boldsymbol{S}=\boldsymbol{SA})$, le coût à charge de la cédante est $(\mathbf{1}-\boldsymbol{\tau})\,\boldsymbol{SA} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{SA}}\boldsymbol{SA}=\boldsymbol{R}$, soit, comme convenu, le plein de rétention.

En pratique, un excédent de plein est limité à un certain nombre de pleins, disons $\boldsymbol{m}$ pleins. Le réassureur limite ainsi sa capacité à $\boldsymbol{m}$ pleins. La capacité de souscription totale est donc $\boldsymbol{R}(\mathbf{1}+\boldsymbol{m})$. Si nécessaire, la cédante peut acheter une réassurance dite en deuxième excédent pour le cas où cette capacité de souscription se révèlerait insuffisante. Un troisième, un quatrième excédent de pleins sont également imaginables.

Si la capacité est limitée à $\boldsymbol{m}$ pleins, le taux de cession s'écrit :$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Min}\ [\boldsymbol{max}\,(\mathbf{0}, \mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{SA}}), \frac{\boldsymbol{mR}}{\boldsymbol{SA}}]$.

En pratique, chaque somme assurée $(\boldsymbol{SA})$ est différente. Chaque risque présente donc un taux de cession différent, ce qui est lourd d'un point de vue gestion: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{Min}\,[\boldsymbol{max}\,(\mathbf{0}, \mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{SAi}}), \frac{\boldsymbol{mR}}{\boldsymbol{SAi}}]$.

Soit $\boldsymbol{Si}$ la variable aléatoire représentant la sinistralité de l'ième risque en portefeuille, alors la sinistralité totale à charge du réassureur est $\boldsymbol{S^{Ré}} = \sum \boldsymbol{\tau i}\,\boldsymbol{Si}$.

3. LA REASSURANCE OPTIMALE

Pour la détermination d'un programme optimal de réassurance, plusieurs approches actuarielles sont généralement utilisées[§] :

[‡] Le plein de rétention est le montant de sinistre maximum que la cédante juge pouvoir conserver

[§] Makram Ben Dbabis, Modèles et méthodes actuarielles pour l'évaluation quantitative des risques en environnement Solvabilité II, thèse de Doctorat, Université de Paris Dauphine, 2012, page 149

- **modèles basés sur le critère de moyenne variance :** Ce sont des modèles basés sur la minimisation de la variance du résultat de l'assureur pour un rendement donné (modèle de De Fenetti (1940**),** modèle Krvavych (2005) et le modèle de Hess)
- **modèles basés sur le critère de maximisation de l'utilité :** la théorie d'utilité de **VON NEUMAN** et **MORGENSTERN (1944)**, peut être appliquée.
- **modèles basés sur la minimisation de la probabilité de ruine**
- **modèles basés sur le critère de minimisation des mesures de risque** appliquée par **CAI et TAN[**].**
- **modèles basés sur le critère de maximisation de la probabilité de survie jointe de la cédante et du réassureur.**

Notre choix a été porté sur la méthode de **DE.FENETTI**, car cette dernière s'appuie sur un échantillon d'une seule branche, contrairement aux autres méthodes qui s'appuient sur l'intégralité du portefeuille, toutes branches confondues. En effet l'application des autres méthodes nécessite des données que nous n'en disposons pas.

Donc, dans cette partie nous allons essayer de déterminer le seuil de rétention optimale des deux traités proportionnels en utilisant deux critères :

- Critere de DE finetti : nous allons minimiser la variance du gain de l'assureur sous la contrainte que le gain moyen soit fixé.
- Le ratio RORAC : Nous allons utiliser ce critère économique pour choisir entre deux structures de réassurance.

Les outils de détermination de la rétention optimale sont développés sous le logiciel R.

3-1 présentations des données

la CAAT à mis à notre disposition une base de donnée de la branche incendie allant de 2010 à 2015.Cette dernière se subdivise en deux bordereaux: bordereau de production et bordereau de sinistres.

Après le traitement de cette base de données, nous avons déterminé les variables retenues pour notre étude en les classant en trois séries à savoir:

- La somme assurée avec 3145 observations, notée $\boldsymbol{SAi}$.
- La fréquence de sinistre (le nombre de sinistre) avec 3021 observations, notée $\boldsymbol{Ni}$.
- Le ratio dommage avec 1968 observations, noté $\boldsymbol{Xi}$.

3-2 Modélisation de la charge de sinistre

Pour la modélisation de la charge annuelle de sinistre, nous devons tout d'abord déterminer la distribution du nombre de sinistre et de celle du montant de sinistre. Pour ce faire nous utiliserons le critère d'information d'Akaike (**AIC**).Ce dernier s'écrit comme suit : $\mathbf{AIC} = \mathbf{2k} - \mathbf{2ln(L)}$ où $\mathbf{k}$ est le nombre de paramètres à estimer du modèle et $\mathbf{L}$ est le maximum de la fonction de vraisemblance du modèle. Si l'on considère un ensemble de modèles candidats, le modèle choisi est celui qui a la plus faible valeur d' **AIC**.

[**] Cai and Tan, "Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures". ASTIN Bulletin,n°37 (2007),93-112.

Pour l'ajustement de la loi du nombre de sinistre individuel, nous essayerons d'appliquer le critère **AIC** sur quelques lois qui sont traditionnellement utilisées en assurance pour la modélisation de la fréquence de sinistre (Poisson, géométrique, binomiale négative). Le modèle retenu sera celui qui offre l'**AIC** minimum.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau n°01 :

Tableau n°01 : résultats du critère AIC

Lois	Paramètres	AIC
Poisson	**λ = 0,540697572**	**195,284**
Géométrique	***p* = 0,579225520**	**-754,3827**
Binomiale négative	**p = 6,188579** **q = 4,417885**	**7205,012**

Source : résultats obtenus sous R

Nous constatons que la loi géométrique a la plus petite valeur **AIC**, Nous pouvons déduire que cette loi ajuste mieux le nombre de sinistre.

Selon la loi Géométrique, la probabilité de survenance de K sinistres durant une période donnée (*t*) est égale à :

$$\mathbf{P(Ni = k) \ = \ q^k p, \text{ pour } k \epsilon \ N \ \text{ et } q = 1 - \ p}$$

L'estimation de l'espérance et la variance de notre distribution est donnée dans le tableau n°02 :

Tableau n°02 : Estimation de l'espérance et la variance du nombre de sinistre

Statistique		Paramètres
p		**0,579225520**
Espérance (*Ni*)	$1/p$	**1,7264**
Variance(*Ni*)	q/p^2	**1,2541**
Espérance (Ni^2)	$E(Ni^2)=Var(Ni)+E(Ni)^2$	**4,2347**

Source : élaboré par nos soins à partir du tableau n°01

Pour trouver la distribution du montant de sinistre ***Mi*,** nous devons chercher une loi qui modélise la variable aléatoire ***Xi***. Pour se faire nous avons sélectionné quelques lois continues (gamma, exponentielle, log-normale) afin de déterminer le meilleur modèle selon le critère **AIC**. Nous avons résumé les résultats obtenus dans le tableau n°03 :

Tableau n°03: Les résultats d'***AIC***

Lois	Paramètres	AIC
Gamma	**α= 0,01053** **β=0,06269**	**-9 658,01**
Exponentielle	**λ = 782,0328**	**-8 456,98**
Log-normale	***σ= 95,04***	**-8 556,35**

	μ =-105,17	

Source : résultats obtenus sous le logiciel R

Du tableau ci-dessus, nous remarquons que le taux de dommage *Xi* suit une la loi Gamma (La valeur $\boldsymbol{AIC}$ la plus faible).

La loi gamma admet une fonction de densité de :

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{x}^{\alpha-1}\frac{\boldsymbol{\beta}^{\alpha}\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\beta x}}}{\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\alpha})}\boldsymbol{pour}\ \boldsymbol{x} > 0$$

L'estimation de l'espérance et la variance est donnée dans le tableau n°04 :

Tableau n° 04 : Estimation de l'espérance et la variance du taux de dommage

Statistique		**Paramètres**
	$\boldsymbol{\alpha} =$	**0,01053**
	$\boldsymbol{\beta} =$	**0,06269**
Espérance(*Xi*)	$\boldsymbol{E(Xi) = \alpha/\beta}$	**0,16**
Variance	$\boldsymbol{Var(Xi) = \alpha/\beta^2}$	**2,67**
Espérance(*Xi*²)	***E(Xi*²)=var(*Xi*) +E(*Xi*) ²**	**2,70**

Source : élaboré par nos soins à partir du tableau n°03

Pour la résolution de problème de minimisation de **De Finetti**, il est nécessaire d'estimer l'espérance et la variance de la sinistralité. Pour ce faire, nous devons prendre en considération les deux premiers moments des deux variable aléatoires ***Xi***, et ***Ni***.

L'espérance et la variance sont données comme suit :

Tableau n°05 : Détermination de l'espérance et la variance de la sinistralité

E(S)=	$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{E(N)E(X)SAi}$	**2 087 464 437**
V(S)=	$[\mathbf{E(N^2)\ E(X^2) - E^2(N)\ E^2(X)}]\sum_{i=1}^{n}\mathbf{SAi^2}$	**5,55445E+17**
σ=	$\sqrt{\mathbf{V(S)}}$	**745 282 152,8**
Cv	$\boldsymbol{\sigma}/\mathbf{E(S)}$	**0,35**

Source : élaboré par nos soins

Le coefficient de variation $\mathbf{CV} = \boldsymbol{\sigma}/\mathbf{E(S)}$ est de l'ordre de 35% ce qui explique l'homogénéité de l'échantillon en question.

3-1 Détermination du seuil de rétention par la méthode de De Finetti[††]

Après l'accomplissement de la première étape consistant en calcul et la détermination de la moyenne et la variance de la sinistralité, nous passons à la seconde étape de notre démarche, consistant en la fixation du taux de rétention d'un traité en quote-part et d'un traité

[††] De Finetti, *«Il problema dei pieni»*, Giornale Istituto Italiano Attuari, n°1(1940):1-88.

en excédent de plein, tendant à minimiser la fluctuation du résultat de l'assureur pour des différents gains espérés.

Le bénéfice technique de la cédante après réassurance est présenté par la variable aléatoire Z(α) défini par :

$\mathbf{Z(\alpha)} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{pi} - (\mathbf{1} + \eta_i^r)\, \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i}\, \mathbf{E(Si)} - (\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i})\, \boldsymbol{Si}$ ***avec*** $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1,\ldots\alpha_n)$**.**Et ***Si*** est la sinistralité agrégée.

La variance de $\boldsymbol{Z(\alpha)}$ est donnée par : $\mathbf{Var\ (Z(\alpha))} = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i})^{2}\, \mathbf{Var(Si)}$ Alors que, l'espérance de Z(α) est donnée par :

$$\mathbf{E(Z(\alpha))} = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{pi} - \mathbf{E(Si)}\, (\eta_i^r \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i} + \mathbf{1}))$$

De Finetti, définit donc le problème de minimisation suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{min}\ \boldsymbol{\alpha}\ \{\mathbf{Var(z(\alpha))}\} \\ \mathbf{SC}: \mathbf{E(Z(\alpha))} = \mathbf{K \epsilon R} \\ \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i} \in [\mathbf{0\ 1}\ ] \end{cases}$$

La fonction objective s'écrit comme suit :

$$\mathbf{min}\ \boldsymbol{\alpha}\ \{\mathbf{Var(z(\alpha))}\} = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i})^{2}\mathbf{Var(Si)}$$

Alors que les contraintes s'écrivent comme suit :

$\mathbf{E}\left(\mathbf{Z}\ (\boldsymbol{\alpha})\right) = \mathbf{K\ donc}\ \sum_{i=1}^{n} \mathbf{E(Si)}\ \eta_i^r\ \boldsymbol{\alpha i} = -\mathbf{K} + \sum_{i=1}^{n}(\mathbf{pi}) - \sum_{i}^{n} \mathbf{E(Si)}$ **.** Tel que : $\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\alpha i} \leq \mathbf{1}$

De Finetti parvient à démontrer que, dans ce cas de figure, le taux de cession optimal est de forme : $\boldsymbol{\alpha}\mathbf{i} = \mathbf{min}\ (\mathbf{1}, \mathbf{max}\ (\mathbf{0}, \boldsymbol{\Phi}\mathbf{i}))$

$$\boldsymbol{\Phi i} = \frac{\boldsymbol{\lambda}\, \eta_i^r\, \mathbf{E(Si)}}{\mathbf{2\ Var(Si)}} \text{ Avec } \boldsymbol{\lambda} \text{ est une constante.}$$

Le taux de rétention $\boldsymbol{\beta}\mathbf{i}$ est donné par : $\boldsymbol{\beta}\mathbf{i} = \mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{i}$

Les résultats de l application de la méthode **De Finetti** sont résumé dans le tableau n°06 :

Tableau n°06: Les résultats de l'application de la méthode De Finetti

Gain espéré	Quote-part			Excédent de plein		σq -σe
	Taux de cession	Taux de rétention	Ecart type (σq)	Plein par risque	Ecart type (σe)	
50 000 000	95%	5%	709 579 405,5	182 547 140	35 702 747	673 876 658
100 000 000	89%	11%	566 768 416,3	312 735 699	178 513 736	388 254 680
150 000 000	76%	24%	388 254 679,9	341 471 397	357 027 473	31 227 207

200 000 000	59%	41%	209 740 943,5	538 207 096	535 541 209	- 325 800 266

Source: résultats obtenus sous R

À travers les résultats obtenus de l'application de la méthode de **De Finetti** nous avons pu déterminer les niveaux de rétention permettant de maintenir à un niveau acceptable ; les fluctuations de résultats. Par exemple pour un gain espéré de **100 000 000 DA**, les niveaux de rétentions permettant de minimiser les fluctuations de résultats sont respectivement de **11%** pour la quote- part et **312 735 699 DA** pour l'excédent de plein.

3-3 Le choix du programme optimal

Afin d'orienter le décideur vers un taux de rétention optimal sans devoir faire appel à sa fonction d'utilité, nous introduisons un critère économique d'aide à la décision : Le **RORAC (Return On Risque Adjusted Capital)**. Ce critère qui prend en considération le niveau de solvabilité requis ; permet d'apprécier la richesse crée par l'entreprise en tenant compte non seulement le gain espéré mais aussi le risque encouru.

Le **RORAC** s'écrit comme suit : $\frac{\boldsymbol{P - E(S)}}{\boldsymbol{RAC(S)}} = \frac{\boldsymbol{E(profit)}}{\mathbf{RAC}(\boldsymbol{S})}$

Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau n°07 :

- **Pour le quote-part**

Tableau n°07: Résultats de calcul du RAROC pour le quote-part

	5%	**11%**	**24%**	**41%**
P	173 659 733	53 729 167 839	78 224 093 435	132 854 112 825
E(s)	152 381 655	44 632 127 325	68 145 635 475	128 658 974 365
NSR	312 158 987	82 674 102 365	124 589 630 520	247 568 302 754
P-E(s)	21 278 078	9 097 040 514	10 078 457 960	4 195 138 460
NSR-P	138 499 254	28 944 934 526	46 365 537 085	114 714 189 929
RORAC	0,153	0,314	0,217	0,036

Source : élaboré par nos soins

Pour le quote-part, nous remarquons que le Retour sur le Capital Ajusté au Risque (**RORAC)** maximal est de **0.314**, ce dernier correspond au taux de rétention de **11%**.

Si la CAAT décide d'appliquer le traité en quote part pour le portefeuille incendie, elle va devoir appliquer un niveau de rétention de **11%** où la réassurance devient plus efficace. Donc le taux de rétention optimal est de **11%** pour un gain espéré de **100 000 000 DA**.

Si la CAAT applique un taux de rétention supérieur à celui-ci, elle peut avoir des fluctuations dépassant la marge de tolérance et si elle applique un taux inferieur elle aura plus de sécurité mais elle peut se retrouver face au risque d'immobilisation d'une partie du capital.

- **Pour l'excédent de plein**

Tableau n°08 : Résultats de calcul de RORAC pour l'excédent de plein

	182 547 140	**312 735 699**	**341 471 397**	**538 207 096**
P	71 695 325 366	74258654698,00	82 364 025 635	98 526 365 741
E(s)	65 458 966 741	67458245632,00	75 632 547 785	89 526 547 235
NSR	113 254 869 987	115325987654,00	130 145 602 758	158 698 325 455
P-E(s)	6236358625	6 800 409 066	6 731 477 850	8999818506
NSR-P	41 559 544 621	41 067 332 956	47 781 577 123	60 171 959 714
RORAC	0,150	0,165	0,140	0,149

Source : élaboré par nos soins

En ce qui concerne l'excédent de plein, nous remarquons que le Retour sur le Capital Ajusté au Risque **(RORAC)** le plus élevé est de **0.165**, il correspond à un plein de rétention de **312 735 699 DA** et à un gain espéré de **100 000 000 DA**.

Donc si la compagnie d'assurance applique un niveau de rétention qui est inferieur à **312 735 699 DA,** elle aura plus de sécurité mais elle peut se retrouver face au risque d'immobilisation d'une partie du capital. Si elle applique un niveau de rétention supérieur à ce dernier elle peut avoir des fluctuations dépassant la marge de tolérance auxquelles elle ne pourra pas faire face.

Pour la prise d'une bonne décision**,** nous comparons entre le quote-part et l'excédent de plein, nous pouvons déduire que le **RORAC** le plus élevé entre les deux situations est celui qui correspond au niveau de rétention de **312 735 699 DA,** donc cet investissement se trouve mieux rémunéré dans un schéma de réassurance en excédent de plein. Cet argument, comptable et économique, fait donc ressortir les avantages d'un traité en excédent de plein par rapport au traité quote-part **;** d'où la nécessité d'appliquer ce niveau de rétention pour une réassurance efficace. Ce niveau de rétention garantie une meilleure combinaison entre **sécurité**, **rendement** et **volatilité.**

4. CONCLUSION

L'objectif principal de cet article était de concevoir une stratégie de réassurance optimale à travers la mise en place d'un modèle actuariel pour la détermination du seuil de rétention optimal appliqué sur le portefeuille «Incendie » de la CAAT.

C'est au travers les résultats de l'application des méthodes actuarielles que nous avons inscrit l'analyse et les différentes réponses à notre problématique. Il s'agit de la méthode de **De Finetti** et du ratio **RORAC** considéré comme un outil de performance financière.

Les résultats de l'application de la méthode de **De Finetti** aux deux types de traités proportionnels (quote-part et excèdent de plein), nous ont permis d'identifier un type de relation croissante entre les trois variables à savoir le niveau de la rétention, le gain espéré et l'écart type du résultat. Ceci s'explique par le fait que si l'assureur prend en charge une grande partie de son chiffre d'affaire, sa marge absolue augmentera en conséquence d'une part et la variance de la sinistralité en rétention augmentera proportionnellement au taux de rétention d'autre part d'où il en résulte que le choix du niveau de rétention constitue un paramètre d'arbitrage entre le **risque** et le **rendement**.

Les résultats obtenus par l'application du ratio **RORAC** (outil d'aide à la décision) nous ont permis de choisir le niveau de rétention optimal qui offre à l'assureur une meilleure rémunération des fonds propres et un niveau de fluctuation de résultat minimale.

La démarche que nous avons mise en œuvre nous a permis d'obtenir des résultats satisfaisants mais ne prétend pas être la meilleure. Elle a toutefois amené des amorces de réflexion du point de vue de l'assureur. D'autre part, la décision finale de l'assureur sera certainement influencée par sa fonction d'utilité. L'étude réalisée tout au long de ce travail nous a fourni quelques éléments qui orienteront l'assureur vers la stratégie qu'il juge optimale.

Enfin, nous pouvons dire que notre travail nous a permis de saisir au mieux la nécessité d'appliquer les techniques d'actuariat.

BIBLIOGRAPHIE

1. CAI AND TAN, *«Optimal Retention for a Stop-Loss Reinsurance Under the Var and CTE Risk Measures»*, ASTIN Bulletin, n° 37 (2007): 93-112.

2. CHIGNAC Jonathan, *«réassurance de la provision d'égalisation des régimes de prévoyance collective»*, mémoire d'actuariat, institut des actuaires LYON 1; 2014

3. DE FINETTI, *«Il problema dei pieni»*, Giornale Istituto Italiano Attuari, n°1(1940):1-88.

4. LAMPAERT (I), WALHIN (JF), *On the Optimality of Proportional Reinsurance*, Casualty Actuarial Society Forum (2005): 93-114.

5. MAKRAM BEN DBABIS , «*Modèles et méthodes actuarielles pour l'évaluation quantitative des risques en environnement Solvabilité II*» , thèse de Doctorat , Université de Paris Dauphine , 2012