# Etude Comparative des Modèles d'Ajustement avec Contraintes des Réseaux Géodésiques

B. GOURINE, B. GHEZALI Centre National des Techniques Spatiales – Division de Géodésie BP  $n^{\circ}13$ , 31200 Arzew – ALGERIE, Fax : (213) 041 47 36 65

#### ملخص:

إن هدف هذا المقال هو إستعراض مختلف نماذج الشروط (الشروط الكلاسيكية، الصغرى، الداخلية و المتزنة) و إدماجها في ضبط الشبكات الجيوديزية. إن محاسن و مساوئ كل نموذج من هذه الشروط و مجال تطبيقه في أعمال إقامة الشبكات الجيوديزية مدرجة في هذه المنشورة.

تركز التطبيق حول الضبط باستعمال مختلف أنواع الشروط لشبكة جيوديزية متكونة من 13 نقطة جيوديزية من الفئة الأولى (نظام شمال الصحراء 1959) و التي تقع في شمال غرب الوطن. أخيرا، نتائج مختلف الضوابط مستعرضة.

Résumé: Le présent article a pour objectif de présenter les différents modèles de contraintes (contraintes classiques, minimales, internes et pondérées) et leur intégration dans l'ajustement des réseaux géodésiques bidimensionnels. Les avantages et les inconvénients de chaque technique de contraintes ainsi que son domaine d'application aux travaux d'établissement de canevas géodésiques spécifiques sont abordés. L'application a porté sur l'ajustement d'un réseau géodésique composé de 13 points de premier ordre (Nord Sahara 1959) et situé au Nord Ouest de l'Algérie. Les résultats des différents ajustements sont illustrés.

**Mots-clés :** Ajustement. Réseau géodésique. Contraintes classiques. Contraintes minimales. Contraintes internes. Contraintes pondérées.

Abstract: This article has the aim of presenting the different constraints (classical, minimal, inner and weighted constraints) and their integration in the geodetic networks adjustment. Advantages and disadvantages of each constraints technique thus its application field to the establishment of specific geodetic ground works are aborded. The application related to the adjustment with the various types of constraints of a geodetic network composed of 13 points of first order (the Northern Sahara 1959) and located at the Western North of Algeria. Finally, the results of the various adjustments are illustrated.

**Key words:** Adjustment, Geodetic Network, Classical Constraints, Minimal Constraints, Inner Constraints, Weighted Constraints.

#### 1. Introduction

La technique des contraintes est largement utilisée en géodésie et elle joue un rôle clé dans la définition du repère de référence géodésique, sa densification et son rattachement ainsi qu'à l'évaluation de son évolution dans le temps. Elle est fondamentalement employée pour résoudre les problèmes liés à la singularité des systèmes de relations d'observations. Le thème développé à travers cet article consiste à mettre en oeuvre un processus d'ajustement des réseaux géodésiques bidimensionnels.

Il a pour objectif de présenter les différents modèles de contraintes pour le calage du repère géodésique (origine. mise à l'échelle et orientation) et leur intégration dans l'ajustement par les moindres carrés (norme L2) des réseaux géodésiques. Les propriétés de chaque technique de contraintes ainsi que son domaine d'application aux travaux d'établissement de canevas géodésiques sont abordés. Enfin. les tests effectués ont porté sur l'application de ces différents modèles d'ajustement d'un réseau géodésique composé de 13 points de premier ordre (Nord Sahara 1959) et situé au Nord Ouest de l'Algérie.

### 2. Présentation des modèles d'ajustements avec contraintes

Les différents type d'ajustement avec contraintes des réseaux géodésiques sont les suivants [Niemeier et al., 1990], [Even, 1992], [Altamimi, 2003] et [Gourine, 2004]:

# 2.1 Ajustement avec contraintes classiques (CC)

Il s'agit de fixer un nombre de paramètres supérieur au nombre de degrés de liberté du Datum noté d. En d'autres termes, il consiste à fixer un nombre de coordonnées de points du réseau supérieur à d = 4 (cas des réseaux bidimensionnels) avec ou sans équations de conditions. Cet ajustement est connu sous le nom d'ajustement standard. Cette méthode est facile d'application et sa mise en oeuvre consiste simplement à ne pas estimer les coordonnées des points fixées (stations de référence). Néanmoins, elle pose le problème du choix des stations de référence : pourquoi fixer telles stations plutôt que telles autres ? En fait, cette méthode attribue un poids plus important (i.e., EMQ=0) aux stations de référence ce qui peut être dangereux dans le cas où il y a des mauvaises observations au niveau de ces stations. Dans ce cas, il est préférable de choisir les stations de référence présentant une configuration optimale (répartition homogène) et ayant de bonnes observations et des coordonnées précises [Schroedel, 2002].

# 2.2 Ajustement avec contraintes minimales (CM)

Cette méthode est connue sous le nom de la solution de contraintes minimales. Il s'agit de fixer un nombre de paramètres égale à d. Elle est généralement utilisée pour l'ajustement des réseaux spécifiques (réseaux géodésiques et réseaux de surveillance). Cette méthode conserve la géométrie interne du réseau. Elle consiste à éliminer les quatre degrés de liberté du réseau représentant deux translations (origine), un facteur d'échelle et une rotation (orientation). Deux cas possibles se présentent:

- Fixation des coordonnées de deux points du réseau.

- Fixation des coordonnées d'un seul point, d'un azimut d'une direction et d'une distance. Pour ajuster l'ensemble des observations du réseau sous certaines conditions en orientation et en échelle, la méthode de résolution est basée sur la substitution des inconnues issues du système d'équations de condition dans le système des relations d'observations [Perelmuter, 1979]. Le système d'équations linéaires (1) est :

Relations d'observations : 
$$A_{(m,p)} X_{(p)} - L_{(m)} = V_{(m)}$$
(1)
Equations de condition :  $C_{(q,p)} X_{(p)} + D_{(q)} = 0$ 

Avec:

A: matrice de configuration.

C : matrice de coefficients des équations de condition.

X : vecteur des paramètres (inconnues),

L : vecteur des mesures des relations d'observations.

D: vecteur des mesures des relations de condition,

V: vecteur des résidus.

m, p, q: nombres d'observations, d'inconnues et d'équations de condition, respectivement.

Le système (1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$A_{I(n, p-q)} X_{I(p-q)} + A_{2(n, q)} X_{2(q)} - L_{(n)} = V_{(n)} (2a)$$
(2)

$$C_{l(q, p-q)} X_{l(p-q)} + C_{0(q, q)} X_{2(q)} + D_{(q)} = 0$$
 (2b) Où:

 $A_1$ ,  $A_2$ : sous matrices de A

 $C_0$ ,  $C_1$ : sous matrices de C

 $X_1, X_2$ : sous vecteurs de X.

La solution du système (2) comporte deux étapes:

(i) Calcul du vecteur inconnu  $X_1$  par la méthode des moindres carrées pondérées:

$$\hat{X}_{I} = (\overline{A}^{t} P \overline{A})^{-1} . \overline{A}^{t} P \overline{L}$$
 (3)

Où, 
$$\overline{A} = A_1 - A_2 C_0^{-1} - C_1 \text{ et } \overline{L} = A_2 C_0^{-1} - D + L$$
.

(ii) Substitution du vecteur  $\hat{X}_1$  dans l'équation (3) et calcul du vecteur inconnu  $X_2$ :

$$X_2 = -C_0^{-1} - (CI\hat{X}_I + D)$$
 (4)

L'estimation de l'écart type à posteriori de l'unité des poids des observations est donnée par la formule :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V_T P V}{n + q - u} \tag{5}$$

La matrice de variance-covariance des inconnues  $\hat{X}_I$  est déterminée par:

$$C_{xI} = \hat{\sigma}_{\theta}^2 \cdot Q_{xI} = \hat{\sigma}_{\theta}^2 \left( \overline{A}^T \cdot \overline{A} \right)^{-I}$$
 (6)

La matrice des variances covariances du vecteur des paramètres  $X^t = [X_1 \ X_2]$  est donnée par :

$$C_{x} = \hat{\sigma}_{\theta}^{2} Q_{x} = \hat{\sigma}_{\theta}^{2} \begin{pmatrix} Q_{xl} & Q_{xl}.\overline{C}^{T} \\ \overline{C}.Q_{xl} & \overline{C}.Q_{xl}.\overline{C}^{T} \end{pmatrix}$$
 (7)

Avec

$$\overline{C} = -C_0^{-1}C$$

 $C_x$ ,  $Q_x$ : respectivement, matrice des variances covariances et matrice des cofacteurs des paramètres  $\hat{X}$ .

### 2.3 Ajustement avec contraintes internes (CI)

C'est un cas particulier des contraintes minimales où tous les points du réseau sont libres. Cette méthode permet de définir le Datum d'une manière implicite en calant la géométrie du réseau sur l'ensemble des coordonnées approchées des points par une transformation d'Helmert. Elle est basée sur la solution de la trace minimale de la matrice variance covariance des paramètres, connue sous le nom de contraintes internes. Elle offre certains avantages tels que la conservation de la qualité des observations et de la forme géométrique du réseau et ne pose pas de problème de choix des stations de référence. Le champ d'application de ce type de méthode est la réalisation des systèmes de références terrestres et l'établissement des réseaux de surveillance (sismique, géodynamique, etc.).

La solution du problème, dans ce cas, est formulée par :

$$\hat{X}^{+} = (A^{T}.P.A + B^{T}. \sum_{Xyrans}^{-1} .B)^{-1}.A^{T}.L$$
 (8)

Avec:

A: matrice de configuration;

P: matrice poids des observations;

L : vecteur des observations;

Utilisant  $B = (G_i^T, G_i)^{-1} G_i^T$ , contenant toute l'information nécessaire permettant de définir le Datum, on introduit une équation de contraintes internes à  $\sum_{n \in S_i}$  près, sous la forme:

B. 
$$(X_2 - X_1) = B$$
.  $\Delta X = 0$  (  $\sum_{X_{trav_a}}$ ) Avec :

$$G_i^I = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & I & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & I \\ -y_I^0 & x_I^0 & \dots & -y_p^0 & x_p^0 \\ x_I^0 & y_I^0 & \dots & x_p^0 & y_p^0 \end{bmatrix}$$
Translation en x Translation en

 $\sum_{x_{trans}}$  représente une matrice diagonale des variances des 4 paramètres de transformation (deux translations, une orientation et un facteur d'échelle).

Dans notre cas, on choisis la solution de référence  $X_I=X_R$  (exemple: repère géodésique "Nord Sahara 59") et une solution estimée  $X_2=X_{estim}$  (issue de l'ajustement). [Gourine et al., 2005].

L'estimation de l'écart type à posteriori de l'unité des poids est donnée par la formule :

$$\hat{\sigma}_{0}^{2} = \frac{V^{T}PV}{m-n} \tag{9}$$

La matrice de variance-covariance des paramètres est déterminée par:

$$\begin{split} C_{\hat{X}+} &= \hat{\sigma}_0^2 \Big( N + B^T, \boldsymbol{\Sigma}_{Xtrans}^{-1}, B \Big)^{-1} N \Big( N + B^T, \boldsymbol{\Sigma}_{Xtrans}^{-1}, B \Big)^{-1} \\ &= \hat{\sigma}_0^2, N^* \end{split} \tag{10}$$

N: matrice normale  $(A^T.P.A)$ ,

 $N^+$ : pseudo-inverse ou inverse de *moore penrose* de la matrice N.

La propriété de  $N^+$  est que sa trace est minimale parmi toutes les inverses généralisées de N. A cause de cette propriété, la solution  $\hat{X}^+$  de l'équation (8) est appelée solution de la norme minimale [Hwang et al., 2002].

## 2.4 Ajustement avec contraintes pondérées (CP)

Il s'agit d'attribuer un poids pour chaque station du réseau. Aucun point du réseau n'est fixé. Les poids sont assignés selon la connaissance à priori des incertitudes sur les coordonnées des points : les stations de référence auront un poids plus important que celui des points secondaires. Cette méthode est généralement utilisée pour la densification des réseaux géodésiques [Nieimer, 1990].

Soit à résoudre le système linéaire : AX = LAvec : var  $(L) = \Sigma_L = P^{-1}$ .

On suppose que l'on dispose d'une information à priori sur le vecteur des paramètres X de la forme [Coulot, 2002]:

$$\begin{array}{c|c}
A_0 & X = X_0 \\
\text{Où } var(X_0) = \Sigma_{0x}
\end{array}$$
(11)

On peut considérer alors, que l'on dispose du système d'observations suivant :

$$\begin{pmatrix} A \\ A_0 \end{pmatrix} X \approx \begin{pmatrix} L \\ X_0 \end{pmatrix} \text{ de poids } \begin{pmatrix} \Sigma_L^{-I} & O \\ O & \Sigma_{\theta x}^{-I} \end{pmatrix}$$
 (12)

la solution est alors exprimée par la relation:

$$\hat{X} = (A^T \cdot \Sigma_L^{-1} \cdot A + \cdot \Sigma_{0x}^{-1})^{-1} \cdot A^T \cdot \Sigma_L^{-1} \cdot L$$
(13)

Une classe particulière des contraintes pondérées est celle des contraintes faibles (précision d'ordre métrique) ou fortes (précision d'ordre millimétrique). Cette méthode consiste à mettre des "à priori" sur les paramètres à estimer, c.-à-d., à établir des équations de contraintes.

L'attribution des mêmes contraintes sur les coordonnées de toutes les stations limite les translations, la rotation et le facteur d'échelle. Le repère issu de l'ajustement sera calé en moyenne sur le repère initial.

Cette méthode a l'avantage d'attribuer un même poids à toutes les stations, mais elle pose le problème du choix de la valeur de la contrainte. L'ajustement avec contraintes faibles fournit un repère qui ne sera qu'approximativement calé sur le repère initial (suppression de moins de 04 degrés de liberté).

Par contre, l'ajustement avec contraintes fortes fournit un repère estimé qui sera bien calé sur le repère initial, mais les stations risquent de ne pas être ajustées de manière totalement libre car le repère sera trop contraint (suppression de plus de 4 degrés de liberté).

L'application de cette méthode est délicate car il faut trouver une valeur *optimale* de la contrainte qui soit compatible avec les observations. Seule l'expérimentation permettra de déterminer la valeur adéquate.

#### 3. Application

#### 3.1 Description du réseau

Le réseau géodésique qui a servi à l'application des différents modèles d'ajustement, comporte 51 observations (50 lectures horizontales et un azimut de Laplace) effectuées à partir de 13 points du premier ordre, situés dans la région Nord Ouest du pays. La précision des mesures d'angle et d'azimut est respectivement de l'ordre de ±07 dmgr et de ±03 dmgr.

Le système géodésique utilisé est le Nord Sahara 1959 et la projection cartographique employée est UT M (*Universal Transverse Mercator*) calculée sur l'ellipsoïde Clarke 1880A.

Le jeu d'observations de ce réseau a été fourni par l'Institut National de Cartographie et de Télédétection (INCT). La configuration du réseau est illustrée par la figure (1).

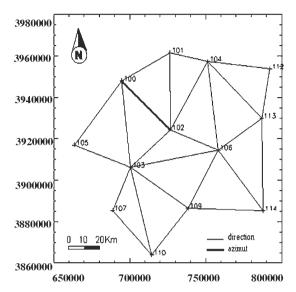


Fig. 1 Configuration du réseau test

#### 3.2 Résultats et discussion

Les résultats des différents modèles d'ajustements avec contraintes du réseau sont fournis en termes d'ellipses d'erreurs.

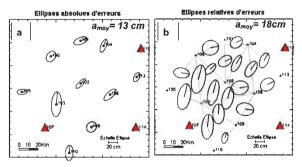
#### 3.2.1 Contraintes Classiques

Les stations de référence, au nombre de trois (107, 112 et 114), ont été choisies aux extrémités du réseau de façon à encadrer l'ensemble du canevas. En plus, l'équation de condition (azimut de Laplace) est utilisée pour fixer l'orientation du réseau. Dans ce cas, le Datum définit par 02 translations, 01 orientation et 01 facteur d'échelle est surdéterminé.

La figure (2.a) montre que les ellipses d'erreurs absolues des points ont une dimension moyenne de l'ordre de 13 cm ce qui est suffisant pour la géodésie classique. Néanmoins, nous constatons que la taille de l'ellipse d'erreur du point 103 atteint la valeur maximale≈21cm. Ce phénomène est dû à l'effet du choix de la configuration des points de référence. Effectivement, sur la base d'un test effectué avec une autre configuration de points de référence (101, 110 et 112), il a été constaté que la taille de l'ellipse absolue de la station 103 a rétréci (≈10 cm), comme le montre la figure (3.a).

Les ellipses relatives nous ont permis de faire une lecture facile et précise du domaine de confiance sur chaque couple de points.

D'après la figure (2.b), nous remarquons que la structure du réseau, composée de succession des couples de points, est cohérente d'une manière générale, en terme de dimension d'ellipses. Par contre, les points en liaison avec la station 103 ont des ellipses d'erreurs de dimensions sensiblement importantes ( $\approx 22$  cm); ceci est dû aussi à l'effet du choix de la configuration des points de référence. En effet, d'après la figure (3.b), avec une autre configuration de points de référence (101, 110 et 112), la taille moyenne des ellipses relatives des points en relation avec la station 103 a diminué ( $\approx 13$  cm).



**Fig. 2** Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.C.(Stations de référence : 107, 112, 114)

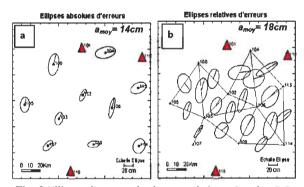


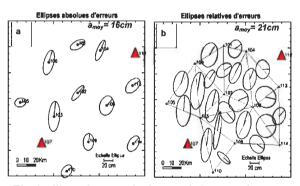
Fig. 3 Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.C. (Stations de référence : 101, 110, 112)

#### 3.2.2 Contraintes Minimales

Le Datum est défini par deux points géodésiques connus en coordonnées planimétriques (x,y). Les stations de référence sélectionnées (107 et 112) se trouvent aux deux extrémités du canevas géodésique. L'azimut de Laplace est considéré, dans ce cas, comme étant une relation d'observation seulement.

La figure (4.a) représente les dimensions des ellipses d'erreurs absolues, en moyenne ≈16cm, qui sont dans la tolérance géodésique.

Mais, nous remarquons que les ellipses d'erreurs des points 100 et 103 atteignent respectivement des tailles sensiblement grandes,  $\approx 20$  cm et  $\approx 23$  cm. La figure (4.b) montre qu'il y a une certaine cohérence en dimension entre les ellipses d'erreurs relatives (≈21 cm). Néanmoins, nous constatons que l'amplitude des ellipses relatives aux couples de points contenant le point 103 est sensiblement grande (\$26 cm). Ces anomalies sont dues, essentiellement, au problème du choix de la configuration des points de référence. En effet, d'après la figure (5), avec une nouvelle configuration des points de référence (105 et 110), la taille des ellipses d'erreurs absolues des points 100 et 103 a augmenté (≈27 cm). De même, la taille moyenne des ellipses d'erreurs relatives des couples de points contenant le point 103 a augmenté (≈34 cm). Ceci montre qu'un mauvais choix de la configuration des stations de référence induit des imprécisions importantes dans le calcul des ellipses d'erreurs.



**Fig. 4** Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.M. (Stations de référence : 107, 112)

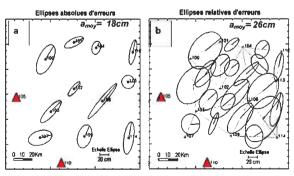


Fig. 5 Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.M. (Stations de référence : 105, 110)

#### 3.2.3 Contraintes Internes

Avec ce modèle d'ajustement, tous les paramètres des stations du réseau doivent être estimés, i.e., le réseau est totalement libre. Il s'agit d'introduire une équation de contraintes minimales sur les quatre paramètres du Datum.

L'azimut de Laplace est considéré, dans ce cas, comme étant une simple relation d'observation angulaire avec un poids relativement important.

D'après la figure (6.a), la majorité des ellipses ont des tailles sensiblement égales de l'ordre de 11cm. Par conséquent, la précision obtenue sur l'ensemble des points du réseau est homogène et jugée bonne vis à vis de la qualité requise en géodésie classique. De même que pour les dimensions des ellipses d'erreurs relatives, figure (6.b), de l'ensemble des couples de points qui sont en général de même amplitude (en moyenne ≈16 cm).

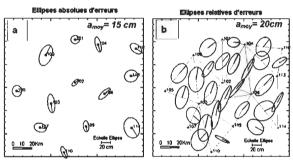


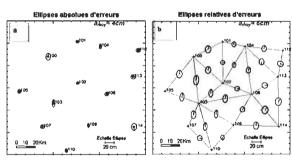
Fig. 6 Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.I.

#### 3.2.4 Contraintes Pondérées

Dans ce cas, tous les points du réseau sont libres mais affectés avec des poids. Aucun point n'est fixe absolument avec une erreur nulle. Les poids sont issus des matrices variances covariances des paramètres du réseau calculées à partir d'un ajustement à priori. L'introduction de poids des paramètres au modèle d'ajustement rend le réseau sous la contrainte des précisions imposées. Dans notre cas et à titre d'exemple, les poids des coordonnées sont déterminés à partir d'un ajustement avec contraintes internes du réseau.

Les ellipses d'erreurs absolues des points, figure (7.a), ont une dimension moyenne de l'ordre de 4 cm ce qui est largement suffisant pour la géodésie classique. D'après la figure (7.b), nous remarquons que la structure du réseau, composée de succession des couples de points, est très cohérente en terme de dimension d'ellipses dont les tailles sont de l'ordre de 6 cm.

L'obtention de tels résultats très satisfaisants (réseau précis et homogène) dépend essentiellement de la bonne qualité des précisions (contraintes fortes) sur les coordonnées des stations qui ont été imposées à priori. En effet, via un test qui consiste à introduire des contraintes faibles sur les coordonnées (x,y) et sur l'orientation (dV0) respectivement de l'ordre de 1cm ( $\sigma_{x,y}$ ) et 10dmgr ( $\sigma_{y0}$ ), les résultats obtenus ont montré que les dimensions des ellipses absolues d'erreurs ont augmenté (taille moyenne ≈15cm), figure (8.a). Même phénomène s'est produit pour les dimensions des ellipses relatives d'erreurs (≈ 20cm). figure (8.b). Ceci montre que le choix des valeurs des contraintes sur les paramètres du réseau conditionne la qualité des résultats de l'ajustement. Par conséquent, le choix judicieux des valeurs des contraintes (mi trop grandes, ni trop faibles) est fondamental pour cette méthode d'ajustement. Car. si la valeur de la contrainte choisie est trop grande (contraintes faibles), le repère estimé ne sera qu'approximativement calé sur le repère de référence. Et si la valeur de la contrainte choisie est trop faible (contraintes fortes), le repère estimé sera bien calé sur le repère de référence, mais les stations risquent de ne pas être ajustées de manière totalement libre car le repère sera trop contraint.



**Fig. 7** Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.P. (Contraintes fortes).

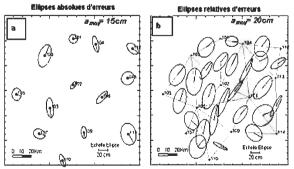


Fig. 8 Ellipses d'erreurs absolues et relatives. Cas des C.P. (Contraintes faibles) (Test :  $\mathbf{O}_{X,V} = 1 \text{m et } \mathbf{O}_{VO} = 10 \text{dmgr}$ )

#### 4. Conclusion

Les résultats obtenus lors des différents types d'ajustement avec contraintes du réseau géodésique bidimensionnel ont montré que la précision planimétrique, en termes d'ellipses d'erreurs, est tributaire du choix :

- de la configuration et du nombre de stations de référence (à fixer) dans le cas des *contraintes* classiques,
- de la configuration du Datum dans le cas des contraintes minimales,
- des valeurs des contraintes sur les paramètres à introduire dans le modèle d'ajustement avec contraintes pondérées.

Par contre, la méthode d'ajustement avec contraintes internes n'attribue aucune préférence à l'une ou l'autre des stations de référence et ne pose pas le problème du choix des valeurs des contraintes. Avec cette méthode, le Datum est fixé d'une manière implicite.

Enfin, quant au choix du modèle d'ajustement avec contraintes dépend essentiellement du but recherché (réseaux géodésiques et cadastraux, auscultation d'ouvrages d'art et de sites industriels, surveillance sismique, etc.).

#### Références

Altamimi Z., 2003: Systèmes de référence terrestres: définition et réalisation. Communication, école d'été de GRGS, Forcalquier, France, 28 Août 2003.

- Coulot D., 2002: Initiation théorique et pratique à la méthode d'estimation par moindres carrés. Notes de cours, Ecole d'été du GRGS, Septembre 2002.
- Even P., 1992: Analyse des données VLBI pour la détermination des paramètres d'orientation de la terre. Mémoire d'ingénieur, ENSAIS, France, Octobre 1992.
- Gourine B., 2004: Ajustement avec contraintes du réseau géodésique national. Application : réseau de base. Mémoire de Magister en Techniques Spatiales et Applications-option, Centre National des Techniques Spatiales, Arzew, septembre 2004.
- Gourine B., Ghezali B., 2005: Ajustement avec contraintes internes des réseaux géodésiques. Bulletin des sciences géographiques, INCT N°15, Avril 2005.
- Hwang W., Wang C.G., Lee L.H., 2002 : Adjustment of relative gravity measurements using weighted and datum-free constraints. Computers & Geosciences, vol. 28, pp.1005-1015.
- Niemeier W., Tengen D., 1990: PANDA, the software package for precise engineering networks. Second accelerator workshop, Desy, Hamburg, septembre 1990.
- Peremulter A., 1979: Adjustment of free networks, Bulletin géodésique volume 53, pp.291-296
- Schroedel J., 2002: Structural deformation surveying. Rapport technique, Department of the army, US corps of engineering, Juin 2002.