

العلم الرياضي في حضارة بلاد وادي الرافدين

حميدي بوجلطية خيرة

طالبة دكتوراه

hamidi_kheira@yahoo.fr

إشراف: أ.د/ الزاوي الحسين

جامعة وهران 2 محمد بن أحمد

الملخص:

إن نشأة وتطور الرياضيات، مرّ عبر مراحل تاريخية وحضارية لا يمكن تجاهلها مهما كانت الأسباب أو الدوافع، ومن بين هذه الحضارات العظيمة التي لم تأخذ نصيبها من الاهتمام والتحليل والتي ساهمت في تحديد مسار هذا العلم، هي الحضارات الشرقية القديمة عامة وحضارة بلاد وادي الرافدين خاصة.

يتمثل الهدف الجوهرى من هذا البحث في توضيح حركية التفكير الرياضى فى الحضارات الشرقية القديمة، واخترنا بلاد وادي الرافدين لنبين من خلال هذه الدراسة أنه لا وجود للمعجزة اليونانية التي يجعلها العالم الغربى ويقدهسها فى ظل استمرارية العطاء العلمى المتواصل عبر الحضارات المختلفة التي شاركت كل منها فى تحديد مسار التفكير العلمى الرياضى.

الكلمات الدالة: الرياضيات، الحساب، الجبر، الهندسة، الحضارة، النظام العددي.

Abstract:

The emergence and development of mathematics, passed through the stages of historical and civilization can not be ignored regardless of the reasons or motives, and among these great civilizations that did not take their share of interest and analysis, which contributed to the determination of the course of this science, are the ancient civilizations in general and the civilization of Mesopotamia especially .

The main objective of this research is to clarify the dynamics of mathematical thinking in ancient times in the Greek civilization, which for many centuries remained the only scientific miracle that the Western world revered and sanctified. Other civilizations also contributed to their scientific development in the field of mathematics before the civilization of Greece, most notably the civilization of Mesopotamia.

Keywords: mathematics, arithmetic, algebra, geometry, civilization, numerical order.

مقدمة

تقاس حضارات الأمم بمقدار تقدمها في شتى الميادين، من العلوم والفنون ومختلف ميادين الفكر، وتستمد الأمم العريقة تقدمها من النظر في تاريخها وتراثها العريق. فالعلم هو الحركة الدائمة الفعالة التي قام بها العقل البشري بتجسيدها في الواقع عن طريق الإنجازات والاكتشافات والابتكارات التي حققها الإنسان على مر العصور المتعاقبة، والعلم في نظرنا ظاهرة حضارية غير منفصلة ومتمايزة عن بعضها البعض كما يراها أصحاب النزعة الانفصالية والقائلين بالقطيعة الإبيستمولوجية، بل هو ظاهرة حضارية متصلة فيما بينها، تسلم كل مرحلة فيها إلى الأخرى. ولدراسة حضارة الأمم وأهم العلوم التي توصلوا إليها وأبدعوا فيها، على الباحث أن يدرس ويحلل وإذا تطلب الأمر أن ينقد أيضاً تاريخ هذه

العلوم، فهو تاريخ النشاط الإنساني وتاريخ الوعي المعرفي الذي يدرس تاريخ النظريات العلمية ويبحث في السياق العام الذي برز ضمنه التحول العلمي في تكوين هذه الحضارة وتفعيلها.

لقد قطع العلم الرياضي أشواطاً طويلة جداً حتى بلغ درجة كبيرة من النضج الفكري، فهو يتطلب نوعاً من النظر والتجريد العقلي، الذي يصعب الوصول إليه إلا بإعمال الفكر. هذا العمل الجبار لا يتأتى لكل إنسان، بل هو لأولئك العباقرة الذين أعملوا العقل واستطاعوا بفضل قدراتهم الفذة الوصول إلى بعض المبادئ أو الأوليات الأساسية التي يبنى عليها النسق الرياضي. إن الرياضيات كعلم قائم بذاته تراث إنساني شاركت فيه أمم كثيرة وقدمته حضارات عريقة وعملت على تطويره جل الشعوب.

تظل الرياضيات أعلى مدارج العقل العلمي وأرقى أشكال التفكير المنطقي والمداخل الحق للطرح العلمي، ومن أهم الحضارات القديمة التي شاركت في هذا العطاء والميراث العلمي العظيم، والتي ساهمت بشكل من الأشكال في التأسيس العلمي للرياضيات، هي حضارة الشرق القديم، والتي تعتبر من أقدم وأعرق الحضارات الإنسانية. دون أن ننسى الحضارة اليونانية التي يعود لها الفضل في صياغة الأصول النظرية العقلانية للعلم الرياضي، كما قد لعب العرب المسلمون دوراً كبيراً في تاريخ الرياضيات ومسارات تطورها، وعلى مفترق الطرق بين الحساب والجبر والهندسة.

نظراً للدور الفعال الذي لعبته حضارة بلاد وادي الرافدين في تفعيل حركية التطور العلمي والرياضي، فما هي أهم المجالات أو الفروع الرياضية الأساسية التي أثبتت فيها هذه الحضارة إبداعها وأصالتها في تحقيق وجودها الفعلي على الساحة العلمية؟

I - النصوص الرياضية عند قدماء بلاد وادي الرافدين:

على الأرض الواقعة في جزء آسيا الغربية بين نهري دجلة والفرات، نشأت على ضفاف الرافدين حضارة من أقدم الحضارات الإنسانية يرجع تاريخها إلى حوالي 3000 ق م، وهي حضارة وادي الرافدين، أي العراق القديمة. وهي الأرض التي تعددت ونمت فيها عدة حضارات منها: السومرية، الأكادية، البابلية والآشورية. تعتبر حضارة وادي الرافدين من الحضارات العريقة والأصيلة التي لم تشتق من أي حضارة سابقة، بل نشأت وتطورت منذ عصور ما قبل التاريخ، وهي منذ القديم ممراً يوصل بين أواسط آسيا والمحيط الهندي والبحر الأبيض المتوسط. تعتبر حضارة وادي الرافدين من أهم وأروع الحضارات الشرقية القديمة التي ساهمت في وضع نظام رياضي خاص بها وهذا ما تبينه لنا النصوص القديمة. إذ « قبل ثلاثة آلاف وخمسمائة سنة من عصرنا ظهرت في ميزوبوتاميا المستندات المكتوبة الأولى. وكان النظام التسجيلي الذي تركوه لنا والذي استمر متطوراً طيلة أكثر من ثلاثة آلاف سنة، يحمل اسم الكتابة المسمارية بسبب شكل الإشارات التي بدت في بعض الحقب على الأقل مؤلفة من عناصر بشكل مسمار أو قطعة نقود. وكان الكتاب يحضرونها بواسطة قلم غزاز مسنن على ألواح من صلصال كانوا يشوونها فيما بعد أو ينشغونها في الشمس»⁽¹⁾ التآليف على ألواح الطين لم يساعد الإنسان في بلاد وادي الرافدين على إنجاز النصوص المطولة، « على حين أن درج البردي تساعد على تشجيع ذلك، أو أنه إذا كانت هناك كتب ألفت فإنها لم تأت إلينا بعد. فضلاً عن هذا تبعثرت

الألواح التي تؤلف سلسلة واحدة، بل تعرضت الألواح المفردة إلى التكسر قطعاً وأجزاء، وعلى هذا فالباحث في الرياضيات البابلية أقل توفيقاً من زميله الباحث في الرياضيات المصرية.⁽²⁾

كانت البدايات الأولى للرياضيات في حضارة وادي الرافدين قائمة على أساس الحاجة العملية، مثل: ضبط مساحات الحقول والأراضي، ضبط مختلف الأعمال منها التجارية وحتى الهندسية كتشديد الأبنية الضخمة مثل الأبراج المدرجة (الزقورات) وغيرها من الأمثلة الكثيرة. لكن الوضع تغير، إذ اكتشف كل من الباحث الألماني "نويكيور" (Neugebauer) والباحث الفرنسي "تورو دانجان" (Thureau Dangin) مجموعة من الألواح الرياضية، حيث كرسا كل جهودهما لدراسة الرياضيات في حضارة وادي الرافدين فتوصلا إلى حقائق مذهشة وهي المستوى المتطور الذي بلغته هذه الحضارة، « حيث انتقلت المعارف الرياضية منذ العصر البابلي القديم في مطلع الألف الثاني ق.م من المعلومات والممارسات العملية إلى التدوين والبحث وطور العلم النظري بحيث حملت مؤرخي الرياضيات على القول إن أسس العلوم الرياضية وأصولها ومبادئها قد وضعت في حضارة وادي الرافدين قبل نحو 4000 ق.م.⁽³⁾»

تضمنت النصوص المتعلقة بالقضايا الرياضية في بلاد وادي الرافدين، نصوص خاصة بالقضايا والمسائل الجبرية والهندسية، ونصوص خاصة بالجدول الرياضية المختلفة، وهذه النصوص عبارة عن مسائل رياضية وفيها معطيات القضية ثم الخطوات التي يجب على الرياضي أن يسير عليها لإيجاد الحل. لقد بلغ عدد ما وجد من القضايا زهاء مائتي قضية رياضية كاملة أي القضية وحلها، دونت أغلب هذه النصوص باللغة البابلية (السامية) والقليل منها بالسومرية. هذه الألواح موزعة في المتاحف العالمية مثل: "المتحف البريطاني"، "متحف لوفر" بفرنسا، إضافة إلى وجود 12 لوحاً اكتشف حديثاً أثناء تنقيبات مديرية الآثار في "تل حرم" و"الصباغي" سنة (1946 . 1961)م في منطقة بغداد الجديدة، أما عن الجداول الرياضية فقد بلغ عددها 200 لوح، وتفاوتت في موضوعاتها من جداول الضرب إلى جداول معكوس الأعداد وجداول بجذور الأعداد من القوى المختلفة ورفعها إلى القوى أيضاً.⁽⁴⁾ هذه تقريباً أهم الوثائق والنصوص الرياضية التي استعملها القدماء في بلاد وادي الرافدين، ومن المحتمل في المستقبل وجود نصوص رياضية جديدة نجهلها الآن.

II. الفروع الرياضية في بلاد وادي الرافدين:

من بين الفروع الرياضية التي اعتمد عليها القدماء في تأسيس العلم الرياضي هي كالتالي:

1. الحساب:

تتميز الحساب عند القدماء في بلاد وادي الرافدين عن غيرهم من الحضارات القديمة وخصوصاً منها الحضارة المصرية القديمة، استعمالهم للنظام العددي الستيني ومبدأ الرتبة العددية أو نظام الخانات والمنازل، وكما يسمى أيضاً بالنظام المواقعي، وهذه هي أهم النقاط الجوهرية التي سنبنى عليها تحليلنا في هذا الفرع الرياضي.

1.1 . نظام العد:

اعتمد قدماء بلاد وادي الرافدين في الرياضيات على النظام العددي الستيني الذي أساسه العدد (60) حوالي 2000 ق م، إضافة إلى النظام العشري الذي أساسه العدد (10) الذي أخذ نصيبه من البحث في الحضارة المصرية القديمة. « ومن المعروف أن البابليين استخدموا القياس الستيني منذ أزمان بعيدة، ولعب العدد "ستون" الدور نفسه الذي

يؤديه العدد "عشرة" الآن في الأرقام الصحيحة والكسور العشرية. ولا تزال آثار النظام الستيني باقية بطبيعة الحال في تقسيمنا الساعة إلى دقائق وثمان. (5)

النظام الستيني في بلاد وادي الرافدين هو النظام العددي الذي اعتمد في أساسه على العدد 60، مثل: ساعة واحدة تساوي 60 ثانية، دقيقة واحدة تساوي 60 ثانية، ساعة واحدة تساوي 360 ثانية أي 60×60 ، والسنة هي 360 يوماً. ومن أهم الأسباب التي دفعت القدماء في بلاد وادي الرافدين إلى اختيار النظام الستيني تعود إلى ما يلي:

أولاً. مرونة النظام الستيني وفوائده في العمليات الحسابية، مثل: الجمع، الطرح، الضرب والقسمة، ومختلف الجداول الرياضية. ونشير أيضاً إلى أن النظام الستيني أثر تأثيراً فعالاً واستعمل على نطاق واسع في حسابات الحضارة العربية والحضارة الغربية.

ثانياً. مبدأ الرتبة العددية، وهي الفائدة الثانية التي يقوم عليها النظام الستيني، أي أن أسلوب التسجيل في بلاد الرافدين هو أسلوب المنازل والقيمة المكانية: منزلة الآحاد، منزلة العشرات، منزلة المئات، منزلة الآلاف... إلخ. يعتبر اكتشافهم لنظام القيمة المكانية أو الترتيب الموقعي من الإنجازات المهمة في تطور نظام العدد وهو يتعارض من حيث المبدأ مع التراكم الذي كان أساس كل الأنظمة القديمة والذي ما نزال نستعمله في الترتيب بالأرقام الرومانية. في النظام الموقعي تتعلق قيمة الرقم بموقعه النسبي داخل العدد المكتوب. من ذلك أن العدد الذي نكتبه 3.333 تعني الإشارة 3 وبأن واحد الآحاد، في المقام الأول وتعني 30 في المقام الثاني و300 و3000 بحسب موقعها المتتالي. وهذا الترتيب يتميز بتبسيط العمليات الأساسية وجعلها ميكانيكية. (6)

ثالثاً. أفضلية النظام الستيني على النظام العشري، تتجلى هذه الأفضلية في أن «لأساس 60 عوامل أكثر بكثير من عوامل الأساس عشرة في النظام العشري. فعوامل 60 هي 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30 مقابل العوامل 1، 2، 5 فقط للعشرة. ويعني هذا أن الكسور والأوزان والقياسات يمكن أن يعبر عنها بدقة كبيرة في النمط الستيني». (7)

أ. الرموز:

الرموز عند المصريين القدماء تختلف عنها في بلاد وادي الرافدين، فالأولى لها علاقة بالبيئة المصرية مثل زهرة اللوتس، فيما أن الرموز عند القدماء في بلاد وادي الرافدين لا تمت الصلة ببيئتهم، بل وضعت خصيصاً للأرقام. لقد كانت في بلاد وادي الرافدين الكتابة بالخط المسماري محدودة وغير متنوعة، فاستخدموا الرمز نفسه لكنهم أشاروا إلى قيمته المكانية، فلم يكن عندهم سوى رمزين وهما: 1 الرمز المنفرد  10 الرمز العشري ، الرمز الأول يشير إلى المسمار العمودي المنفرد ويعبر عنه بـ 1×60 ن. أما الرمز الثاني، يشير إلى المسمار بزاوية عريضة أي العدد العشري فما فوق، ويعبر عنه بـ 10×60 ن، ن هو عدد سواء أكان موجب أو سالب أو يعبر عن الصفر (المكانة الخالية). (8)

بعدما أشرنا إلى الرموز الأساسية التي كانت متداولة في بلاد وادي الرافدين، سنوضح عن طريق الجدول أدناه كيفية كتابتهم للأرقام المنقوشة بالخط المسماري على ألواح الطين.

٧ 1	١٧ 11	١١٧ 21	١١١٧ 31	١١١١٧ 41	١١١١١٧ 51
٧٧ 2	١٧٧ 12	١١٧٧ 22	١١١٧٧ 32	١١١١٧٧ 42	١١١١١٧٧ 52
٧٧٧ 3	١٧٧٧ 13	١١٧٧٧ 23	١١١٧٧٧ 33	١١١١٧٧٧ 43	١١١١١٧٧٧ 53
٧٧٧٧ 4	١٧٧٧٧ 14	١١٧٧٧٧ 24	١١١٧٧٧٧ 34	١١١١٧٧٧٧ 44	١١١١١٧٧٧٧ 54
٧٧٧٧٧ 5	١٧٧٧٧٧ 15	١١٧٧٧٧٧ 25	١١١٧٧٧٧٧ 35	١١١١٧٧٧٧٧ 45	١١١١١٧٧٧٧٧ 55
٧٧٧٧٧٧ 6	١٧٧٧٧٧٧ 16	١١٧٧٧٧٧٧ 26	١١١٧٧٧٧٧٧ 36	١١١١٧٧٧٧٧٧ 46	١١١١١٧٧٧٧٧٧ 56
٧٧٧٧٧٧٧ 7	١٧٧٧٧٧٧٧ 17	١١٧٧٧٧٧٧٧ 27	١١١٧٧٧٧٧٧٧ 37	١١١١٧٧٧٧٧٧٧ 47	١١١١١٧٧٧٧٧٧٧ 57
٧٧٧٧٧٧٧٧ 8	١٧٧٧٧٧٧٧٧ 18	١١٧٧٧٧٧٧٧٧ 28	١١١٧٧٧٧٧٧٧٧ 38	١١١١٧٧٧٧٧٧٧٧ 48	١١١١١٧٧٧٧٧٧٧٧ 58
٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 9	١٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 19	١١٧٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 29	١١١٧٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 39	١١١١٧٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 49	١١١١١٧٧٧٧٧٧٧٧٧٧ 59
١ 10	١١ 20	١١١ 30	١١١١ 40	١١١١١ 50	

يتضح من الجدول أعلاه أن طريقة كتابة الأعداد في بلاد وادي الرافدين كانت تعتمد على النظام الستيني فقط، لأن النظام العشري فيها ثانوي ولم يكن هناك رمز خاص للعدد 100 وللعدد 1000، بل كانت هذه الأعداد تكتب على هذا المنوال:

$$\text{رمز المائة: } 1,40 = (1 \times 60) + 40$$

$$\text{رمز الألف: } 16,40 = (16 \times 60) + 40$$

وذلك بقسمة العدد 100 أو 1000 أو أي عدد آخر على العدد 60 وجمع الباقي كما هو مبين.

لم يكن للعدد صفر (0) رمزاً في نظام الترقيم في بلاد وادي الرافدين، لذلك أصبح تمثيل الأعداد مبهماً ينتابه الالتباس في قراءة الأعداد « على أن طبيعة القضايا الرياضية وسياق حلها تقلل من ذلك الالتباس. وأخيراً أهدى رياضيو العراق القديم إلى ملافاة ذلك النقص في الدور الثاني من رياضياتهم (الدور السلوقي) القرن الثالث ق.م حيث خصصوا علامة للدلالة على المرتبة العددية الخالية ولاسيما في وسط الأعداد على هيئة



كانت تكتب الأعداد في النظام الستيني قبل استعمال المكان الموضعي الذي يمثله العدد "صفر"، على الصيغة التالية:

لدينا العدد أ ب ج د هـ و:

$$أ \times 60^n + ب \times 60^{n-1} + ج \times 60^{n-2} + د \times 60^{n-3} + هـ \times 60^{n-4} + و \times 60^{n-5}.$$

الأس "ن" عبارة عن عدد صحيح موجب أو سالب أو يساوي المكانة الخالية. « ومع هذا النقص الواضح في الطريقة السومرية. فإنها دلت على درجة من التجريد الحسابي تدعو إلى الدهشة. ويستحيل على الباحث أن يعرف أصل اكتشافهم لهذه الطريقة، هل كانوا من الحسابين العباقرة الذين استنبطوا هذه الطريقة من تجربة طويلة، أو أن الطريقة نفسها شحذت جهودهم نحو حسابات بالغة في التعقيد وتجارب جبرية عالية؟ ولعل الأمر حدث بتأثير هذين العاملين. كما يقع على الدوام في تطور العلم، حيث توحى المجرّدات الجديدة بتجارب جديدة، والعكس بالعكس.»⁽¹⁰⁾

نظراً لأهمية النظام الستيني وخصوبته، فقد انتشر خارج بلاد وادي الرافدين وبصورة خاصة في الأعمال الفلكية التي تعتمد في حساباتها الدقيقة على الكسور، لذلك نلاحظ استخدامه لدى كبار علماء الرياضيات والفلك في اليونان مثل "بطليموس" Claude Ptolémée (حوالي 90 . 168م) في أعماله الفلكية.⁽¹¹⁾ كانت النصوص العلمية الرياضية

والفلكية في حضارة بلاد وادي الرافدين تعتمد على النظام الستيني، على سبيل المثال: فإن العدد 151 يحلل بالطريقة الستينية على الشكل التالي: $31 + (2 \times 60) = 151$. والعدد 44733 يحلل كالتالي: $33 + (25 \times 60) + (12 \times 60^2) = 44733$.

هكذا ظل النظام الستيني والقيمة المكانية مرهونين في يد الإنسانية إلى عهد بلاد وادي الرافدين.

2.1. أساليب إجراء العمليات الحسابية :

عرفت حضارة بلاد وادي الرافدين أهم العمليات الحسابية من جمع، طرح، ضرب وقسمة، إضافة إلى جداول الضرب، جداول لمعكوسات الأعداد مربعاتها ومكعباتها، جداول للأسس وجميعها مكتوبة للأساس 60. كل هذه الجداول المذكورة سهلت ووفرت على الإنسان في بلاد وادي الرافدين الكثير من الوقت والجهد ومكنته من إجراء العمليات الحسابية خاصة منها الضرب والقسمة في الأعداد الكبيرة.

أ. الضرب:

إنّ التقدم الذي أحرزته الحضارة المصرية في الرياضيات إلا أنها لم تضبط عملية الضرب، ولم تقتد إلى وضع جداول الضرب، بل كانت عملية الضرب تُجرى بصورة غير مباشرة بخلاف الحال في حضارة وادي الرافدين، حيث وضعت جداول مُطوّلة لعملية الضرب التي قد تصل إلى أعداد كبيرة مثل العدد 3600. وجد بعض العلماء والباحثين مجموعة كبيرة من ألواح الطين تحتوي جداول الضرب المختلفة « من 1 إلى 20، ثم 30 و 40 و 50 كأعداد ضرب بها م. وهذا يعطينا الحاصل من ضرب م بأي عدد موجود بين 1 و 60. أما العدد م فهو يرمز إلى الأعداد القياسية التي يبلغ عددها 46 عدداً منها 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 12، 18، 160,000، 162,000، 180,000. والعدد غير القياسي الذي يوجد له وحده جدول، فهو العدد 7. وأعلى عدد بلغه الحساب البابلي فهو 60 4 أي 12,960,000⁽¹²⁾».

جداول الضرب في حضارة وادي الرافدين تعدت جداول الضرب المعاصرة التي تصل إلى العدد 9 أو 10، وهذا دليل على تطور القدماء في مجال الرياضيات بشكل عام وفي مجال الحساب بشكل خاص، حتى لو كان الهدف من وضع جداول الضرب هو نظام المقاييس الذي هو وليد المعاملات التجارية وليس لأسباب رياضية محضة.

ب. القسمة:

القسمة عند القدماء في بلاد وادي الرافدين ماهي إلا عملية ضرب معكوسة، وهذا يدل على أن القسمة قد تحولت عندهم إلى ضرب. فلقسمة عدد على آخر كانوا بدلاً من عملية القسمة المعتادة يضربون العدد المراد قسمته بمعكوس العدد المراد القسمة عليه وهي على الصيغة التالية: $\frac{أ}{ب}$ تساوي $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{ب}$ ويؤخذ معكوس العدد المراد من الجداول المهيئة التي كانت في متناول اليد. ويؤخذ حاصل ضرب العدد بمعكوس العدد الثاني من جداول الضرب الخاصة أيضاً⁽¹³⁾. فمثلاً لإيجاد قيمة الكسر $\frac{8}{6}$ كان يُكتب كحاصل ضرب $\frac{8}{6} \times \frac{6}{1}$. ويمكن معرفة قيمة $\frac{8}{1}$ باستخراجه من جداول خاصة لهذا الغرض، أي من جداول معكوس الأعداد وتوضع في الجدول نفسه لجدول الضرب.

هذه مجمل الخطوات العملية التي كان يقوم بها القدماء في بلاد وادي الرافدين لإجراء العمليات الحسابية من ضرب وقسمة، دون أن ننسى عمليتي الجمع والطرح التي كانت تجري بشكلها العادي أو المعاصر المعروف لدينا، لكن بلغة مسمارية مكتوبة على ألواح طينية قديمة جداً تمثل مرحلة أو مراحل تاريخية من تطور الرياضيات في هذه الحضارة المتميزة.

3.1. الكسور:

استطاع القدماء في بلاد وادي الرافدين الاستغناء عن الكسور، وأدركوا أن الكسور الستينية لم تكن سوى نوع من الأعداد الستينية الصحيحة، ولا تختلف عنها، كما أن الكسور العشرية هي الأخرى ينطبق عليها نفس الكلام. ولتحويل الكسور الستينية إلى أعداد صحيحة ستينية، نبين ذلك عن طريق أمثلة توضيحية هي كالتالي:

الكسر $3/1$ يمثل في النظام الستيني $3/60$ ويساوي 20.

الكسر $4/1$ يمثل في النظام الستيني $4/60$ ويساوي 15.

والخمس $5/1$ يمثل في النظام الستيني $5/60$ ويساوي 40.

2. الجبر:

لقد اكتشفت في القرن 19 الكثير من الآثار التي تدل على تقدم الرياضيات عند القدماء في بلاد وادي الرافدين وخاصة في مجال الجبر، وذلك من خلال وثائق وألواح طينية رياضية تعود إلى فترات تمتد إلى حوالي 2000 ق.م. أثار هذا الإبداع الجبار الذي خلفه القدماء إعجاب علماء الغرب ومنهم "هوارد ايفز" الذي قال عنه، إنهم متقدمون في الجبر أكثر من الهندسة حيث يتعجب المرء من عمق ونوع المسائل التي اهتموا بها.⁽¹³⁾ الجبر في الرياضيات الحديثة والمعاصرة يتحدث بلغة المجاهيل الجبرية التي قد تكون س، ص، ع أو أي رمز آخر يدل على الكمية المجهولة، أما في بلاد وادي الرافدين فالحاسب يستعمل مجاهيل من نوع آخر فهو « يتحدث عن "الضلع" على أنه المجهول و"مربع" كقوة مرفوعة إلى العدد 2. وإذا كان هناك مجهولان، فإنهما كانا يسميان "طولاً" و"عرضاً"، وكان جداولهما (حاصل ضربهما) هو "المساحة". إذا كان هناك ثلاثة مجاهيل، فإنها كانت تسمى "طولاً" و"عرضاً" و"ارتفاعاً" وكان جداولها هو "الحجم".»⁽¹⁵⁾

تمكّن القدماء من حل المعادلات الرياضية على اختلاف درجاتها، إذ توصلوا إلى حل معادلات من الدرجة الأولى ومعادلات من الدرجة الثانية ومعادلات من الدرجة الثالثة، ومن بين المعادلات التي وردت ضمن ألواحهم الطينية الرياضية هي:

المثال 1: معادلة من الدرجة الأولى، وجدت حجراً، لكنني لم أزنه، ثم زدت عليه سبعة ثم أحداً من أحد عشر. وبعد ذلك وزنته فكان وزنه ميناً واحداً، فما هو وزنه الأول؟ تتركب هذه المعادلة على الشكل التالي:

$$(س + 7/س) + 11/1 = 1 \text{ مينا.}^{(16)}$$

المثال 2: معادلة من الدرجة الثانية، إذا زدت سبع مرات ضلعاً مربعاً وإحدى عشرة مرة مساحته، تكون النتيجة: 6، 15. وتكتب المعادلة على الشكل التالي: $11س + 2س = 6، 15$.⁽¹⁷⁾ كانت كل المعادلات تحل بطريقة سليمة ونتائجها صحيحة.

علاوة على ذلك عالجوا معادلات من الدرجة الثالثة ومعادلات من الدرجة الرابعة حلت عن طريق جداول لتركيب مربعات ومكعبات الأعداد من 1 إلى 30 على وفق الصيغة الآتية: ن3 + 2. (18)

كان الحاسب عندهم يعرف ما نسميه اليوم بالمتطابقات أو بالجداءات الشهيرة منها:

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + 2أب + ب^2, (أ - ب)^2 = أ^2 - 2أب + ب^2. \text{ كما كانت له دراية بالواسطة الجبرية لإيجاد القيم}$$

التقريبية المتتابعة لجذر العدد التربيعي وهذه الجهود عجيبة يصعب تصديقها، والتفسير الوحيد الذي أستطيع تقديمه وإن

كان ناقصاً، هو أن حساباته المجردة وجداوله الرياضية جعلت فكره ذا صبغة جبرية واتجاه جبري، حتى أنه لم يخشى

معالجة الأعداد السالبة، التي لم تتطور إلّا في القرن 13 م. (19)

توصّل القدماء في بلاد وادي الرافدين إلى كتابة نماذج عديدة من الجداول الخاصة بجذور الأعداد التربيعية والتكعيبية على الألواح الطينية، إذ كان يرمز للجذر التربيعي بهذا المصطلح (BI-IS)، و للجذر التكعبي بهذا المصطلح (AB-IS). وهناك جداول أخرى مركبة من مجموع مكعبات الأعداد مع مربعاتها، وجداول للوغاريتمات*. كما كتبوا في بعض الألواح الطينية المكتوبة بالخط المسماري « سؤال رياضي يطلب فيه إلى أي قوة يجب رفع عدد معين حتى تكون النتيجة عدداً معيناً آخر. ومعنى هذه القضية إيجاد لوغاريتم عدد معين من قاعدة أو أساس معين، ولكن الفرق بين معرفة اللوغاريتمات في الرياضيات الحديثة وبين معرفة البابليين لها هي أن البابليين لم ينتخبوا أساساً أو قاعدة عامة مشتركة يرتبون بموجبها الجداول لاستعمالها في الحسابات العملية كما في الوقت الحاضر. » (20) وقد تكون من أهم الأسباب الجوهرية التي دفعت القدماء إلى الاهتمام باللوغاريتمات هي معرفتهم الواسعة في ضرب الأعداد ورفعها إلى القوى وأخذ جذورها. وقد درست حديثاً بعض الألواح الطينية توجد فيها جداول تثبت أنها جداول لوغاريتمات ومنها المثال التالي:

$$4/1 \quad 2$$

$$2/1 \quad 4$$

$$4/3 \quad 8$$

$$1 \quad 16$$

بمعنى أن: $2 = 4/1 \quad 16$ ، وهذا هو مفهوم اللوغاريتم في الرياضيات الحديثة (21)

بلغ اهتمام وولع القدماء بالجبر إلى درجة كبيرة، حيث أنهم حلوا القضايا الهندسية بطرق جبرية، ومنهم عرفوا مبدأ المتواليات الحسابية والهندسية وهي تعتبر « أقدم محاولة في تاريخ تطور الرياضيات للجمع ما بين الشكل (الهندسة) والعدد (الجبر)، وهذا ما يميز اتجاه الرياضيات الحديثة، ومنه نشأت ما يسمى بالهندسة التحليلية. » (22)

نستنتج مما سبق أن الجبر أخذ مكانته المرموقة في حضارة بلاد وادي الرافدين، وقد كان لهذا الفرع الرياضي الأثر الكبير في تأسيس المبادئ الجوهرية والأساسية لعلم الجبر في العصور والحضارات اللاحقة، ليطوروا فيه ويجعلونه علماً قائماً بذاته، له مزايا تمكنه من الارتباط بالهندسة، وكان هذا الأمر جلي وواضح مع عالم الرياضيات "محمد بن موسى الخوارزمي" في كتابه "الجبر والمقابلة".

3. الهندسة:

بلغت الرياضيات في بلاد وادي الرافدين ذروتها في مجال الجبر أكثر من الهندسة، لكن هذا لا يعني أنهم لم يبدعوا مطلقاً في مجال الهندسة، بل كانت لهم انجازات مهمة تستحق الدراسة. لقد كان تقدمهم في الجبر عاملاً مساعداً في تطور المفاهيم الهندسية لديهم حيث نلاحظ استغلال المبادئ الجبرية وتطبيقها على الأمور الهندسية حتى أصبحت خاصيتها الجبرية من أهم مميزات الهندسة البابلية.⁽²³⁾ عرفوا مختلف الأشكال الهندسية ومبادئها ومساحتها، مثل المثلث، المستطيل، متوازي المستطيلات، المعين والدائرة، إذ تمكنوا من وضع بعض القضايا عن علاقة بعض الأشكال الهندسية المرسومة داخل الدائرة وخارجها، وأدركوا أن الزاوية المرسومة في نصف الدائرة هي زاوية قائمة، واعتبروا مساحة الدائرة تساوي $12/1$ مربع محيطها، كما أن محيط الدائرة يساوي 3 أمثال قطرها. وهكذا « نحن مدينون بلا شك للبابليين القدماء بما نستعمله حالياً من قسمة محيط الدائرة إلى 360 جزءاً متساوياً. »⁽²⁴⁾

تمكّن الإنسان الرياضي في بلاد وادي الرافدين من معرفة العلاقة ما بين مربعات أضلاع المثلث القائم الزاوية، وهي النظرية المنسوبة إلى عالم الرياضيات اليوناني "فيثاغورس". أما بالنسبة لعلم المثلثات فكانت لهم أعمال مهمة وبصورة خاصة في حساب المثلثات الكروية التي اهتم بها علماء الفلك في بابل لعلاقتها الوثيقة بذلك العلم، فقد استفادوا من تقدمهم في الرياضيات لذا تركوا أعمالاً رائعة في حساب المثلثات.⁽²⁵⁾

لقد خلفوا لنا أيضاً بعض القضايا على مبدأ التناسب الحاصل من خطوط متوازية، إذ في لوح طين وردت القضية الهندسية التي تتعلق بشكل شبه منحرف وفيه الخط س رسم موازياً للقاعدتين العليا والسفلى ويقسم مساحة شبه المنحرف إلى قسمين متوازيين وقد استخرجت قيمة س من المعادلة التالية: $س^2 = 2/1 (أ^2 + ب^2)$ ⁽²⁶⁾

كما توصل الرياضي في بلاد وادي الرافدين إلى وضع دساتير خاصة بإيجاد حجوم بعض الأجسام الهندسية مثل المنشور والأسطوانة بضرب مساحة القاعدة بالارتفاع. ودساتير أخرى متعلقة بالمخروط والهرم المقطوعين. كانوا يحسبون مساحة شبه المنحرف بضرب الارتفاع بنصف مجموع القاعدتين السفلى والعليا.

هذه بعض الأفكار المهمة والجديدة التي حاول فيها القدماء في بلاد وادي الرافدين إبراز تفوقهم الرياضي في شتى المجالات، منها الحساب والهندسة وإبداعهم المتميز في مجال الجبر، وذلك باكتشافهم للنظام الستيني الذي لا يزال يستعمل في عصرنا اليوم في علوم متعددة، كالرياضيات والفلك مثلاً. مع العلم أن الإنجاز الثاني والمتمثل في "نظام المنازل" أو "مبدأ الرتبة العددية" لا يقل أهمية عن الأول في التطور الذي أحدثه في مجال الرياضيات والمتمثل في تيسير إجراء العمليات الحسابية المختلفة والمعقدة.

الخاتمة

إنّ الحضارات متواصلة العطاء وقيمة كل أمة في ميراثها حتى وإن أخذت من الحضارات التي سبقتها، والحضارة اليونانية غنية عن كل تعريف لما لها من قدسية عند الغرب أو ما يسمونه بالمعجزة اليونانية. من خلال دراستنا للرياضيات في بلاد وادي الرافدين، لاحظنا وجود بعض المفاهيم والقواعد والنظريات الرياضية من إبداع هذه الحضارة، فالإيونانيون لم ينطلقوا من العدم، بل أضافوا وطوروا وأبدعوا في أمور كثيرة لا يمكن إغفالها ولا إنكارها. إذا كانت نشأة العلم الرياضي

في الحضارات الشرقية القديمة، ومنها حضارة بلاد وادي الرافدين، أخذت الطابع الحسي التجريبي أي بدافع الحاجة العملية، فإنه يعود الفضل الكبير لليونانيين في صياغة الأصول النظرية والعقلانية للعلم الرياضي. فلا يمكننا تجاهل دور حضارة بلاد وادي الرافدين وغيرها من الحضارات الشرقية القديمة في تفعيل وتأسيس للعلم الرياضي.

المراجع:

1. رنيه تاتون، تاريخ العلوم العام، تر: علي مقلد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، ط2، مج1، 2006، ص77.
2. جورج سارتون، تاريخ العلم، تر: ابراهيم بيومي مذكور ومجموعة من المؤلفين، دار المعارف، القاهرة، دط، ج1، 1952، ص164.
3. طه باقر، موجز في تاريخ العلوم و المعارف في الحضارات القديمة و الحضارة العربية الإسلامية، مطبعة جامعة بغداد، دط، 1980، ص18.
4. طه باقر، المرجع نفسه، ص21. 22.
5. دونالد ر. هيل، العلوم والمهندسة في الحضارة الإسلامية، تر: أحمد فؤاد باشا، عالم المعرفة سلسلة كتب ثقافية شهرية يصدرها المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ع305، 2004، ص34.
6. رنيه تاتون، تاريخ العلوم العام، مرجع سبق ذكره، ص103.
7. جون ماكليش، العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر، تر: خضر الأحمد موفق دعبول، مراجعة: عطية عاشور، عالم المعرفة سلسلة كتب ثقافية شهرية يصدرها المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب، الكويت، ع251، نوفمبر 1999، ص53.
8. Longman group, The history of mathematics, the Nuffield Advanced Mathematics series , first published, Nuffield fondation, London, 1994, P15 .
9. طه باقر، موجز في تاريخ العلوم والمعارف في الحضارات القديمة والحضارة العربية الإسلامية، مرجع سبق ذكره، ص30. 31.
10. جورج سارتون، تاريخ العلم، ج1، مرجع سبق ذكره، ص165.
11. خضير عباس محمد المنشاوي، تاريخ علم الرياضيات عند العرب، منشورات جامعة قاريونس، ليبيا، ط1، 1999، ص17.
12. حميد موراني، تاريخ العلوم عند العرب، دار المشرق، بيروت، لبنان، ط2، 2004، ص19.
13. طه باقر، موجز في تاريخ بابل، دار المعلمين العالية، بغداد، ط2، 1955، ص337.
14. خضير عباس محمد المنشاوي، تاريخ علم الرياضيات عند العرب، مرجع سبق ذكره، ص26. 27.
15. جون ماكليش، العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر، مرجع سبق ذكره، ص55.
16. Carl B. Boyer, A history of mathematics, wiley international edition, New York, 1968, p 33.
17. حميد موراني، تاريخ العلوم عند العرب، مرجع سبق ذكره، ص21.
18. Carl B. Boyer, ibid, p36.
19. جورج سارتون، تاريخ العلم، ج1، مرجع سبق ذكره، ص171.
- * اللوغاريتم هو العملية العكسية للرفع، لدينا المثال الآتي: $16 = 4^2$ أي 16 نتجت عن ضرب العدد 4 بنفسه مرتين، $16 = 4 \times 4$ أما العملية العكسية للرفع في هذا المثال هي كالتالي: لو $4 = 16^2$ وتكمن أهمية اللوغاريتمات في تبسيط الحسابات المعقدة في عدة مجالات منها الحسابات التجارية وفي الهندسة العملية، والرياضيات بشكل عام.
20. طه باقر، موجز في تاريخ بابل، مرجع سبق ذكره، ص337. 338.
21. طه باقر، موجز في تاريخ بابل، مرجع سبق ذكره، ص338.
22. طه باقر، موجز في تاريخ بابل، مرجع سبق ذكره، ص23.
23. خضير عباس محمد المنشاوي، تاريخ علم الرياضيات عند العرب، مرجع سبق ذكره، ص60.
24. خضير عباس محمد المنشاوي، المرجع نفسه، ص30.
25. خضير عباس محمد المنشاوي، المرجع نفسه، ص34.
26. طه باقر، موجز في تاريخ العلوم والمعارف في الحضارات القديمة والحضارة العربية الإسلامية، مرجع سبق ذكره، ص76.