

## Un Algorithme Pour Déterminer Le Nombre De Sièges D'une Assemblée.

Boukaabar, Boudjelal, MCA, Université d'Oran 2

Dellil, Mohamed Kheireddine, MCA, Université d'Oran 2.

### Résumé :

Ce document comporte deux parties. Tout d'abord, il introduit une grande classe de méthodes répartissant appelés la classe des méthodes de diviseurs. Deuxièmement, il présente un nouvel algorithme de répartition des sièges dans un assemblage sur la base de minimiser le coût total de la sélection d'un nombre déterminé de sièges et subissant le regret globale associée qui va avec cette configuration.

### المخلص.

هذه الوثيقة من جزأين . أولا ، فإنه يدخل فئة كبيرة من الأساليب ودعا تقسيم الطرق فواصل الطبقة . ثانيا ، أنه يقدم خوارزمية جديدة لتخصيص المقاعد في الجمعية على أساس تقليل التكلفة الإجمالية لاختيار عدد محدد من المقاعد .  
الكلمات الرئيسية: طريقة التوزيع ، طرق مقسم ، التقليل من التكلفة.

**Mots-clés** Assemblée nationale, nombre de sièges, méthode de Répartition, Méthodes du diviseur, la minimisation du regret, la minimisation du Coût.

### Abstract:

This paper has two parts. First, it introduces a large class of apportioning methods called the divisor methods class. Second, it presents a new algorithm for apportioning seats in an assembly on the basis of minimizing the total cost of selecting a given number of seats and undergoing the associated global regret that goes with this configuration.

**Keywords** Assemblée nationale, nombre de sièges, méthode de répartition, méthodes du diviseur, minimisation du regret, minimisation du coût.

## 1. Introduction

Comment devrait-on répartir les sièges d'une assemblée locale ou nationale soit elle entre les différentes circonscriptions électorales qui la composent ? Cette question aussi simple fait appel à une branche très pointue des mathématiques et de l'informatique : la théorie de la complexité [7]. Mathématiquement le problème peut être posé comme suit :

Etant donné une entité constituée de sous groupes  $s_1, s_2, \dots, s_n$  dont les populations sont connues  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , trouver une affectation  $a_1, a_2, \dots, a_n$  entière qui représente le poids de chaque sous groupe dans l'entité.

Une solution satisfaisante peut être obtenu en utilisant une des innombrables méthodes dites du diviseur.

L'Algérie, cependant a opté pour une solution qui alloue à chaque wilaya un siège pour chaque tranche de 80.000 habitants plus un siège supplémentaire si la tranche restante est supérieure à 40.000 habitants. Toutefois, dans un esprit d'équité pour les wilayate du sud qui sont très peu peuplées, la loi prévoit un minimum de 5 sièges par circonscription électorale [3].

## 2. Les méthodes basées sur le diviseur

Une classe de méthodes de répartition des sièges d'une assemblée s'appuie sur un diviseur. Les Etats Unis d'Amérique n'utilisent que ces méthodes. Nous exposons ci-dessus quelques uns des algorithmes qui ont été employés.

Etant donné une assemblée ayant un nombre fixe de sièges, il faut trouver un diviseur  $d$  -le plus souvent par tâtonnement- Le nombre de sièges de chaque circonscription est obtenu en divisant la population de la circonscription par ce diviseur. Le problème qui infailliblement va apparaitre est celui de la non intégralité du résultat de ces divisions. Aussi, une manière d'arrondir ces résultats doit être conçue. C'est la multitude de manière d'arrondir les résultats qui justifie la pléthore de méthodes.

Dans les paragraphes qui suivent nous passons en revue certaines de ces méthodes.

## 2.1 La méthode de Hamilton/Vilton [5]

Cette méthode détermine le diviseur comme étant la proportion de la population totale par siège à pourvoir. Une fois le diviseur connu, la population de la circonscription est divisée par ce diviseur pour ne garder que la partie entière de l'opération. Ce résultat est le nombre de sièges alloués à la circonscription. Après cette affectation, généralement il reste des sièges non affectés, ceci étant dû à l'opération d'arrondi à la seule partie entière de la division. Les sièges non encore affectés sont alloués un par circonscription au profit de celles qui ont les plus grandes parties décimales. L'algorithme est expliqué dans l'exemple suivant :

Supposons qu'on veuille repartir les 20 sièges d'une assemblée fictive entre 4 circonscriptions qui constituent un pays. La population de chaque zone est donnée par le tableau T1 suivant.

Circonscription	A	B	C	D	Total
Population	2560	3315	995	5012	11882

T1: tableau des données de l'exemple fictif

1) Détermination du diviseur  $d = \text{population totale} / \text{nombre de sièges à pourvoir}$

$$d = \frac{11882}{20} = 594,1$$

2) Détermination du nombre de sièges par circonscription électorale.

Circonscription	Population	Quotient de la division	1ère allocation	Reste de la division	Allocation finale
A	2560	$2560/594,1=4,31$	4	0,31	4
B	3315	$3315/594,1=5,58$	5	0,58	6
C	995	$995/594,1=1,67$	1	0,67	2
D	5012	$5012/594,1=8,44$	8	0,44	8

T2: Tableau des calculs de l'exemple fictif; méthode de Hamilton

L'application de cet algorithme au cas de l'Algérie aboutit au tableau T3. Il est à noter que le nombre réel de sièges à pourvoir est de 462. Cependant nous ne prenons en compte que 454 sièges, excluant du calcul les 8 réservés à la population algérienne résidant à l'étranger. Les données de la population de chaque wilaya sont prises de [4].

Wilaya	Actuel	Hamilton	Wilaya	Actuel	Hamilton	Wilaya	Actuel	Hamilton
Alger	37	39	Mascara	10	10	Guelma	6	7
Sétif	19	19	Mila	10	10	Laghoua	6	7
Oran	18	19	Ain Defla	10	10	Souk Ahras	6	6
Tizi Ouzou	15	15	Mostaganem	9	9	ElTarf	5	6
Batna	14	14	Relizane	10	9	Adrar	5	6
Djelfa	14	14	Biskra	9	9	Khenchla	5	6
Bledja	13	13	Bouira	9	9	Tlemouchent	5	5
Chlef	13	13	Tebessa	8	8	Gardaia	5	5
Msila	12	13	El Oued	8	9	Saida	5	5
Tlemcen	12	12	Jijel	8	9	Tissensilt	5	4
Constantine	12	12	Bordj Bou Arrerdj	8	9	Bechar	5	4
Bejaia	12	12	Oum El Bouaghi	8	9	El Bayadh	5	4
Skikda	11	11	Annaba	8	9	Naama	5	3
Tiaret	11	11	Sidi Bel Abbes	8	9	Tamarasset	5	3
Medea	11	10	Tipaza	7	8	Illizi	5	1
Boumerdes	10	10	Ouargla	7	8	Tindouf	5	1

T3 : Tableau de la répartition par la méthode Hamilton

## 2.2 La méthode de Jefferson [5]

Tout comme la précédente méthode, celle-ci s'appuie sur un diviseur mais ne prend en compte que la partie entière sans aucune considération pour la partie décimale. Tout le problème consiste donc à trouver le bon diviseur  $d$ .

Alger	37	41	Mascara	10	11	Guelma	6	6
Sétif	19	20	Mila	10	10	Laghoua	6	6
Oran	18	20	Ain Defla	10	10	Souk Ahras	6	6
Tizi Ouzou	15	15	Mostaganem	9	10	El Tarf	5	5
Batna	14	15	Relizane	10	10	Adrar	5	5
Djelfa	14	15	Biskra	9	10	Khenchla	5	5
Blida	13	14	Bouira	9	9	TTemouchent	5	5
Chlef	13	14	Tebessa	8	9	Gardaia	5	5
Msila	12	13	El Oued	8	9	Saïda	5	4
Tlemcen	12	13	Jijel	8	8	Tissemsilt	5	4
Constantine	12	13	Bordj Bou Aneridj	8	8	Bechar	5	3
Bejaïa	12	12	Oum El Bouaghi	8	8	El Bayadh	5	3
Skikda	11	12	Annaba	8	8	Naama	5	2
Tiaret	11	11	Sidi Bel Abbes	8	8	Tamarasset	5	2
Medea	11	11	Tipaza	7	8	Illizi	5	0
Boumerdes	10	11	Ouargla	7	7	Tindouf	5	0

T4 : Application de la méthode de Jefferson

## 2.3 La méthode de Webster [5]

C'est une variante de la méthode de Hamilton/Vilton avec un arrondi mathématique c'est à dire qu'une partie décimale supérieure à 0,5 donne droit à un siège supplémentaire pour la circonscription. Remarquez que le nombre total de sièges obtenus par cette méthode peut être supérieur au nombre à pouvoir.

Alger	37	40	Mascara	10	10	Guelma	6	6
Sétif	19	20	Mila	10	10	Laghoua	6	6
Oran	18	19	Ain Defla	10	10	Souk Ahras	6	6
Tizi Ouzou	15	15	Mostaganem	9	10	El Tarf	5	5
Batna	14	15	Relizane	10	10	Adrar	5	5
Djelfa	14	15	Biskra	9	10	Khenchla	5	5
Blida	13	13	Bouira	9	9	TTemouchent	5	5
Chlef	13	13	Tebessa	8	9	Gardaia	5	5
Msila	12	13	El Oued	8	9	Saida	5	4
Tlemcen	12	13	Jijel	8	8	Tissemsilt	5	4
Constantine	12	13	Bordj Bou Aneridj	8	8	Bechar	5	4
Bejaia	12	12	Oum El Bouaghi	8	8	El Bayadh	5	3
Skikda	11	12	Annaba	8	8	Naama	5	2
Tiaret	11	11	Sidi Bel Abbes	8	8	Tamarasset	5	2
Medea	11	11	Tipaza	7	8	Illizi	5	1
Boumerdes	10	11	Ouargla	7	7	Tindouf	5	1

T5 : Allocation par la méthode de Webster

#### 2.4 La méthode de Huntington/Hill [5]

C'est une méthode qui s'apparente à celle de Webster. Elle en diffère par la méthode utilisée pour arrondir le nombre de sièges. Pour chaque zone, Huntington calcule un nombre minimum de sièges égal à la partie entière de la division et un nombre maximal égal au résultat de la division arrondi au nombre entier supérieur. La moyenne géométrique de ces deux nombres est calculée. Si la division aboutit à un résultat supérieur à la moyenne géométrique, la zone reçoit le nombre maximal de sièges, sinon elle est affectée le nombre minimum.

Alger	37	39	Mascara	10	11	Guelma	6	7
Sétif	19	19	Mila	10	11	Laghoua	6	7
Oran	18	20	Ain Defla	10	11	Souk Ahras	6	5
Tizi Ouzou	15	16	Mostaganem	9	9	El Tarf	5	6
Batna	14	14	Relizane	10	9	Adrar	5	6
Djelfa	14	14	Biskra	9	9	Khenchla	5	6
Blida	13	14	Bouira	9	10	TTemouchent	5	4
Chlef	13	14	Tebessa	8	8	Gardaia	5	4
Msila	12	14	El Oued	8	8	Saïda	5	5
Tlemcen	12	12	Jijel	8	9	Tissemsilt	5	3
Constantine	12	12	Bordj Bou Aneridj	8	9	Bechar	5	3
Bejaïa	12	13	Oum El Bouaghi	8	9	El Bayadh	5	4
Skikda	11	11	Annaba	8	9	Naama	5	2
Tiaret	11	12	Sidi Bel Abbes	8	9	Tamarasset	5	3
Medea	11	10	Tipaza	7	7	Illizi	5	0
Boumerdes	10	10	Ouargla	7	8	Tindouf	5	0

T6 : L'affectation des sièges selon Huntington

## 2.5 Réflexions sur ces méthodes

Le lecteur attentif aura remarqué que la méthode de Jefferson ainsi que celle de Huntington-Hill aboutissent à n'affecter aucun représentant à des circonscriptions peu peuplées, comme c'est le cas pour les wilayate d'Illizi et de Tindouf. Un tel défaut est connu depuis la conception de la méthode de Jefferson qui a toujours été critiquée pour favoriser les circonscriptions les plus peuplées. Notez que le nombre de députés accordés par la méthode de Jefferson à la wilaya d'Alger est de 41, de loin la plus grande affectation pour cette circonscription.

Par contre, les méthodes de Webster et de Huntington favorisent les circonscriptions les moins dotées. Huntington n'accorde que 39 sièges pour la wilaya d'Alger mais n'oublie pas d'en affecter pour les wilayate les moins peuplées à savoir Illizi et Tindouf.

La méthode utilisée actuellement par l'administration algérienne n'est pas exempte de défaut non plus. Ainsi les wilayate de Tindouf et d'Illizi se voient affecter autant de représentants que la wilaya d'El tarf qui elle a une population de 408414 soit plus de 8 fois la population de Tindouf. Ceci est dû à l'adoption par le législateur de la règle de 5 représentants en tant que nombre minimum par wilaya.

Un autre défaut d'une telle méthode est de ne pas garder constant le nombre de sièges. Tout le monde se rappelle que lors de la septième législature qui a débuté en 2012, le nombre de sièges a été considérablement augmenté, passant de 383 à 462 dont 454 pour la seule population résidente. Ceci étant dû à la prise en compte du niveau de la population tel que établi par le dernier recensement de 2008. On peut légitimement se poser la question de savoir jusqu'à quand on va pouvoir définir le nombre de siège sur cette base. Le palais Zirout Youssef ne peut pas accepter n'importe quelle augmentation ad infinitum.

Enfin, on peut mentionner que la règle établie par l'administration ne fait aucune tentative d'avoir la "meilleure" représentation avec le nombre minimal de sièges. On peut poser la question de savoir si on ne peut pas avoir une représentation équitable de la société algérienne avec un nombre réduit de sièges. Après tout, les USA dont la population avoisine les 320 millions d'habitants fonctionne bien avec seulement 435 représentants et cela depuis le début du siècle passé. Ne peut-on pas relâcher la contrainte d'un minimum de 5 sièges pour chaque wilaya, sachant que chaque wilaya est équitablement représentée dans la chambre haute où toutes bénéficient du même nombre de sénateurs ? C'est d'ailleurs dans cette optique que les USA ont opté pour un système bicaméral: Une représentation proportionnelle à la population dans la chambre basse et une autre fixe dans la chambre haute. Remarquons au passage que si la condition d'un minimum de siège par wilaya venait à être abolie, la méthode de l'administration algérienne aboutirait à la même affectation que la méthode de Webster.

Sur la base de ces remarques, nous proposons l'algorithme suivant dont la caractéristique principale est de maintenir le nombre de sièges total à un niveau minimum étant donné un niveau désiré de regret.

### **3. Un algorithme basé sur la minimisation du regret maximal**

Nous présentons ici, un algorithme dont le but est de trouver le nombre minimal de députés qui rende le regret de n'importe quelle wilaya aussi petit que désiré par le politique. Soit  $q_0$ , ce niveau désiré.

Par le regret d'une wilaya  $i$  par rapport à une autre wilaya  $j$ , il est entendu la différence entre le rapport  $p_i/n_i$  relatif à la wilaya  $i$  et son équivalent de la wilaya  $j$ . Mathématiquement:

$$r_{ij} = \frac{p_i}{n_i} - \frac{p_j}{n_j} \quad i = 1,2,3 \dots 48 ; j = 1,2,3 \dots 48 ; i \neq j$$

Où  $p_i$  représente la population de la wilaya  $i$  et  $n_i$  son affectation en sièges.  
 Remarquons que nous pouvons réécrire le regret en fonction des quotas de chaque wilaya:

$$r_{ij} = q_i - q_j$$

Il est évident qu'on ne peut parler de regret que si  $r_{ij}$  est positif, autrement dit un député de la wilaya  $i$  représente beaucoup plus qu'un autre de la wilaya  $j$ . Sur la base de cette remarque, le nombre de regrets  $r_{ij}$  à évaluer est égal à 47 (le nombre de regrets de la wilaya la moins représentée) plus 46 (nombre de regrets de la wilaya qui la suit) plus 45 et ainsi de suite jusqu'à 0 (nombre de regrets pour la wilaya la mieux représentée). Cette somme est égale à  $\frac{(47+1)*47}{2} = 1128$  regrets.

Une façon encore plus économe de faire les calculs serait de ne considérer que le maximum des  $r_{ij}$ . Ce maximum est obtenu comme suit :

$$\max r_{ij} = \max q_i - \min q_j \quad i=1, 2, 3, j=1, 2, 3 \dots \quad i \neq j$$

Nous retiendrons le plus petit nombre de députés qui aboutit à un regret maximum inférieur ou égal à  $q_0$  le seuil voulu par le politique. Sur cette base, l'algorithme proposé se résume ainsi :

Etape 0:

Affecter un seul député (ou le nombre minimum prévu par la loi) à toutes les wilayate.

Calculer le quota  $q_i = p_i/n_i$  pour chaque wilaya  $i = 1, 2, 3, \dots$

Etape 1:

Déterminer

$i^*$  tel que  $q_{i^*} \geq q_j$  quelque soit  $j \neq i^*$ . Autrement dit  $q_{i^*}$  est le maximum des quotas.

$j^*$  tel que  $q_{j^*} \leq q_i$  quelque soit  $i \neq j^*$ .  $q_{j^*}$  est le minimum des quotas.

Etape 2:

Si  $q_{i^*} - q_{j^*} \leq q_0$ , l'affectation actuelle des députés est optimale. Sinon, affecter un député supplémentaire à la wilaya  $i^*$ , recalculer son quota  $q_{i^*}$  et aller à l'étape 1.

Ci dessous, nous présentons la transcription de cet algorithme en Visual basic.

*Option Explicit*

*Sub main()*

*Dim Numero As Integer, Indice As Integer, Int\_IndiceMax As Integer*

*Dim Deputes(48) As Integer, Int\_IndiceMin As Integer*

```
Dim Regret_Desire As Double, New_Regret As Double
Dim Wilaya(48) As String
Dim Population(48) As Double, quota(48) As Double
```

```
Regret_Desire = 40000 'Changer ce chiffre pour tout autre regret désiré
' lire le fichier des données initiales
Open "deputes.out" For Output As #2
Open "deputes.txt" For Input As #1
Indice = 0
' lire le fichier des données: rang , nom et population de la wilaya
While Not (EOF(1))
    Indice = Indice + 1
    Input #1, Numero, Wilaya(Indice), Population(Indice)
Wend
' Commencer l'affectation
For Indice = 1 To 48
    quota(Indice) = Population(Indice)
    Deputes(Indice) = 1 'modifier le 1 si la loi prévoit un autre nombre minimum de
    ' député/wilaya
Next
New_Regret = 0
Do
    Int_IndiceMax = 1
    Int_IndiceMin = 1
    For Indice = 1 To 48
        If quota(Indice) > quota(Int_IndiceMax) Then
            Int_IndiceMax = Indice
        End If
        If quota(Indice) < quota(Int_IndiceMin) Then
            Int_IndiceMin = Indice
        End If
    Next
    New_Regret = quota(Int_IndiceMax) - quota(Int_IndiceMin)
    If New_Regret <= Regret_Desire Then
        Exit Do 'solution trouvée
    End If
' sinon continuer: affecter le nouveau député et itérer
    Deputes(Int_IndiceMax) = Deputes(Int_IndiceMax) + 1
    quota(Int_IndiceMax) = Population(Int_IndiceMax) / Deputes(Int_IndiceMax)
Loop
' ecriture du fichier des résultats
For Indice = 1 To 48
```

Print #2, Wilaya(Indice); Tab(20); Population(Indice); Tab(35); Deputes(Indice); Tab(50); quota(Indice)

Next

End Sub

Le résultat de ce programme pour un regret maximal désiré de 40.000 personnes et pour la seule population résidente en Algérie est comme suit :

Wilaya	Population	Députés	Wilaya	Population	Députés	Wilaya	Population	Députés
Alger	2988145	34	Mascara	784073	9	Guelma	482430	6
Sétif	1489979	17	Mila	766886	9	Laghoua	455602	6
Oran	1454078	17	Ain Defla	766013	9	Souk Ahras	438127	5
Tizi Ouzou	1127607	13	Mostaganem	737118	9	El Tarf	408414	5
Batna	1119791	13	Relizane	726180	9	Adrar	399714	5
Djelfa	1092184	13	Biskra	721356	9	Khenchla	386683	5
Bledja	1002937	12	Bouira	695583	8	Temouchent	371239	5
Chlef	1002088	12	Tebessa	648703	8	Gardaia	363598	5
Msila	990591	12	El Oued	647548	8	Saïda	330641	4
Tlemcen	949135	11	Jijel	636948	8	Tissemsilt	294476	4
Constantine	938475	11	Bordj Bou Aferidj	628475	8	Bechar	270061	4
Bejaïa	912577	11	Oum El Bouaghi	621612	7	El Bayadh	228624	3
Skikda	898680	11	Annaba	609499	7	Naama	192891	3
Tiaret	846823	10	Sidi Bel Abbas	604744	7	Tamarasset	176637	2
Medea	819932	10	Tipaza	591010	7	Illizi	52333	1
Boumerdes	802083	9	Ouargla	558558	7	Tindouf	49149	1
T7 : Répartition des sièges entre les wilayas par l'algorithme proposé								
Nombre total de députés			409					
Pour un regret de 40000 personnes								

Quota maximum: 89120 personnes pour un député dans la wilaya de Boumerdes.

Quota minimum: 49149 personnes pour un député dans la wilaya de Tindouf.

Soit un regret maximum de 39971 et une déviation de 0,000725 de l'objectif d'un regret de 40000 personnes.

L'algorithme aboutit à une affectation de 409 députés pour la population résidente en Algérie, alors que la méthode suivie par l'administration algérienne arrive à un résultat de  $462-8 = 454$  députés. Le regret maximal pour la méthode de

l'administration a été calculé et est de 74600 personnes. pour un tel niveau de regret, notre algorithme préconise beaucoup moins que 300 députés, nombre qui correspond à un regret maximal de 50000.

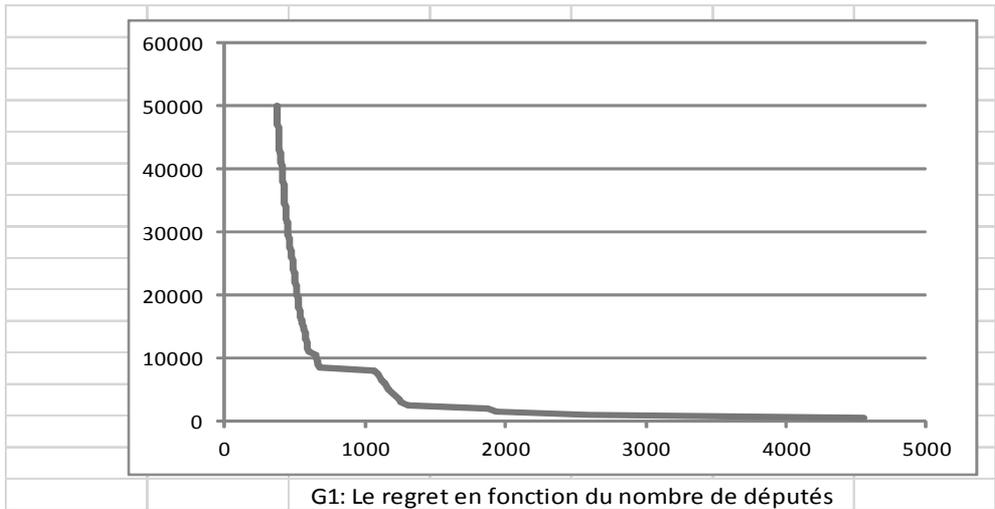
Alors qu'avec 454 députés, notre algorithme ne concède qu'un regret maximal de 30000 personnes (Voir tableau T8).

Le tableau suivant liste le nombre de députés pour différents niveaux de regret maximal. ainsi lorsque le politique désire obtenir un écart maximum entre les quotas de deux wilayate d'une valeur de 500 personnes, le nombre de total de députés qui réalisera ce but est de 4557. Par contre, si l'ecart maximum souhaité est de 50000 personnes, alors le nombre de députés à l'assemblée nationale populaire ne devra être que de 370.

ND	RG	ND	RG	ND	RG	ND	RG	ND	RG
4557	500	650	10500	513	20500	453	30500	409	40500
2588	1000	596	11000	509	21000	450	31000	405	41000
1931	1500	593	11500	506	21500	446	31500	403	41500
1878	2000	590	12000	502	22000	441	32000	395	42000
1305	2500	582	12500	499	22500	441	32500	393	42500
1259	3000	579	13000	496	23000	437	33000	392	43000
1238	3500	577	13500	494	23500	436	33500	391	43500
1215	4000	571	14000	487	24000	432	34000	387	44000
1196	4500	565	14500	486	24500	430	34500	385	44500
1173	5000	562	15000	484	25000	429	35000	382	45000
1158	5500	552	15500	481	25500	428	35500	382	45500
1136	6000	546	16000	478	26000	426	36000	381	46000
1121	6500	543	16500	476	26500	422	36500	381	46500
1102	7000	537	17000	474	27000	421	37000	379	47000
1090	7500	534	17500	468	27500	419	37500	376	47500
1071	8000	529	18000	464	28000	415	38000	374	48000
672	8500	527	18500	462	28500	413	38500	374	48500
665	9000	522	19000	460	29000	412	39000	373	49000
659	9500	520	19500	455	29500	411	39500	371	49500
652	10000	517	20000	454	30000	409	40000	370	50000

T8: Evolution du nombre de sièges par wilaya en fonction du regret maximal

ND: nombre de députés; RG regret



Il est clair maintenant que l'algorithme proposé aboutit à une plus petite répartition des députés entre les wilayate sous la contrainte que le regret maximal soit tout au plus égal à un regret spécifié par le politique. Car l'algorithme s'arrête au premier nombre de députés qui satisfait cette condition. Maintenant, considérant que l'algorithme commence l'affectation à partir d'un député pour chaque wilaya et incrémentant l'affectation d'un seul nouveau député, l'affectation finale à laquelle aboutit l'algorithme est forcément minimale.

La question qui se pose maintenant est de savoir s'il est possible de choisir un niveau de regret maximal sur une base "objective".

#### 4. Amélioration de l'algorithme proposé

L'objectivité peut signifier plusieurs choses. Pour le politicien, l'objectivité peut signifier une équité dans la représentation des différentes wilayate. Pour un économiste, elle peut par contre signifier une minimisation d'un coût particulier ou la maximisation d'un gain particulier. En réalité, tout but à atteindre constitue une condition objective.

Le peu de données disponibles ne nous autorise pas à concevoir une méthode qui détermine le niveau du regret maximal sur une base objective. Nous avons essayé plusieurs critères tel que la minimisation d'un coût moyen, d'un coût marginal, ou la maximisation de l'utilité marginale d'un représentant. Malheureusement aucune de ces méthodes n'aboutit à une forme mathématique exploitable.

Aussi, nous avons été obligé de penser à minimiser un coût total qui soit une fonction convexe du nombre total de sièges donc par conséquent du regret maximal puisque il existe une relation entre les deux variables comme le montre le tableau T8.

Supposons donc que nous disposons des 2 coûts suivants:

- le coût d'un siège supplémentaire. Ceci peut fort bien être estimé par la rémunération des représentants (bien qu'il existe toute une série de charges annexes). Soit  $C_1$  ce coût.

- Le coût d'une unité supplémentaire de regret. Soit  $C_2$  ce cout. Pour un nombre donné de députés le regret total est la somme des regrets de chaque circonscription par rapport à celle qui a le meilleur quota. Autrement dit:

$$regret\ total = R(n) = \sum_i^{48} \max q_j - q_i = 48 * maxq_i - \sum_{j=1}^{48} q_j$$

Aidés de ces définitions, nous pouvons écrire la fonction du coût total CT.

$$CT = n * C_1 + R(n) * C_2$$

Le coût total CT serait donc égal au coût des représentants plus le coût du regret. La fonction du coût total est une fonction discontinue mais convexe. Le coût des représentants augmentant avec leur nombre n, et le coût du regret diminuant avec ce nombre (voir tableau T9), il en résulte que leur somme c'est à dire le coût total est une fonction convexe et donc elle admet un minimum. La fonction étant discontinue, il n'y a pas une méthode analytique pour trouver ce minimum si ce n'est par évaluation de la fonction pour toutes les valeurs de la variable sièges à pourvoir. Cette évaluation est faite dans le tableau T9 avec des valeurs pour  $C_1 = 40.000,00$  DA et  $C_2 = 25,00$  DA à titre d'exemple. A ces valeurs correspond un nombre de sièges égal à 324 et un regret total égal à 2.494.665.

La seule difficulté serait alors d'estimer le coût  $C_2$  d'une unité en regret.

## 5. Choix d'une méthode d'allocation des sièges

Tout le monde s'accorde pour dire qu'il n'existe pas une méthode exempte de tout défaut. Efton Park [2] propose un ensemble d'axiomes qui doivent être respectés par toute méthode d'affectation de la classe dite du diviseur.

1. Monotonie de la population : Aucune circonscription dont la population augmente ne peut concéder un siège à une autre dont la population décroît.
2. Monotonie de la chambre: Si la population de chaque circonscription restait fixe mais que le nombre de sièges à l'assemblée est augmenté alors, aucune des circonscriptions ne perd de sièges.
3. Quota: Aucune circonscription ne doit dévier de son quota par plus qu'un siège.

Ces 3 axiomes sont en fait un strict minimum et il devrait en exister beaucoup d'autres qu'on pourrait ajouter à la liste précédente. Cependant ces 3 axiomes suffisent à discriminer entre les différentes méthodes d'allocation. Balinsky et Young [1] ont démontré qu'il n'existe aucune méthode d'affectation qui puisse satisfaire les 3 axiomes simultanément. Pire, nous ne pourrions jamais trouver une méthode qui satisfasse en même temps le 1ier et 3ieme axiome. Aussi, nous devons nous résigner à ce que n'importe quelle méthode adoptée devra souffrir des critiques.

Pour ce qui est de notre algorithme, le premier axiome est toujours satisfait car si le regret maximal de l'affectation actuelle (mais provisoire) est supérieur au regret maximal désiré, un représentant supplémentaire est ajouté à la circonscription la moins représentée.

Le deuxième axiome ne doit pas être considéré car l'optique de cet article n'est pas de travailler avec un nombre fixe de sièges qui éventuellement sera augmenté, mais de trouver le plus petit nombre de tels sièges en vue de satisfaire la condition du regret maximal.

Le troisième axiome n'est applicable que pour les méthodes du diviseur.

nd	regret total	coût total	nd	regret total	coût total	nd	regret total	coût total
4557	20912,21381	1823322805	484	941771,169	217144279	371	1942126,13	196953153
2588	39170,65193	1036179266	481	963904,978	216497624	370	1951131,5	196778287
1931	57472,88056	773836822	478	976153,583	215603840	366	1981248,05	195931201
1878	79044,23471	753176100,9	476	989251,167	215131279	364	2011219,08	195880477
1305	86576,01535	524164405,4	474	1005948,69	214748717	361	2040586,62	195414666
1259	110770,8447	506369271,1	468	1051614,51	213490363	360	2054985,29	195374632
1238	130147,4669	498453686,7	464	1076018,15	212500454	358	2079636,92	195190923
1215	153997,1733	489849929,3	462	1096636,28	212215907	356	2108540,88	195113522
1196	173084,7109	482727117,8	460	1110470,66	211761766	354	2128471,3	194811783
1173	201752,2024	474243805,1	455	1138280,57	210457014	352	2144787,31	194419683
1158	219623,9907	468690599,8	454	1144364,77	210209119	351	2159587,6	194389690
1136	243580,1586	460489504	453	1153211,27	210030282	349	2179479,28	194086982
1121	261844,6699	454946116,7	450	1181841,66	209546041	348	2189906,78	193947669
1102	283982,7912	447899569,8	446	1214004,37	208750109	347	2204870,47	193921762
1090	296931,1357	443423278,4	441	1246453,5	207561337	345	2228579,23	193714481
1071	323414,7637	436485369,1	441	1246453,5	207561337	344	2240340,66	193608517
672	286997,861	275974946,5	437	1282519,6	206862990	342	2262601,23	193365031
665	311811,9416	273795298,5	436	1288869,55	206621739	341	2266281,21	193057030
659	329531,0472	271838276,2	432	1318915,08	205772877	341	2266281,21	193057030
652	358666,0995	269766652,5	430	1331767,8	205294195	339	2297144,33	193028608
650	362236,7145	269055917,9	429	1337768,81	205044220	339	2297144,33	193028608
596	397790,3623	248344759,1	428	1348322,56	204908064	339	2297144,33	193028608
593	406539,4914	247363487,3	426	1364532,21	204513305	335	2356352,82	192908821
590	416079,8899	246401997,2	422	1387286,25	203482156	334	2367359,39	192783985
582	455547,6422	244188691,1	421	1393438,95	203235974	333	2394912,81	193072820
579	466110,5974	243252764,9	419	1411428,37	202885709	332	2398865,38	192771634
577	475242,7623	242681069,1	415	1446880,72	202172018	330	2421143,43	192528586
571	505338,4239	241033460,6	413	1466354,17	201858854	326	2471932,7	192198317
565	529011,4146	239225285,4	412	1468865,21	201521630	325	2484414,36	192110359
562	541864,1439	238346603,6	411	1498304,71	201857618	324	2494665,34	191966633
552	556699,331	234717483,3	409	1518316,96	201557924	324	2494665,34	191966633
546	585353,4127	233033835,3	409	1518316,96	201557924	322	2530120,12	192053003
543	600189,9446	232204748,6	405	1567719,11	201192978	319	2590733,72	192368343
537	633940,0348	230648500,9	403	1580401,17	200710029	318	2594990,34	192074759
534	648585,5733	229814639,3	395	1664276,69	199606917	318	2594990,34	192074759
529	672134,5577	228403363,9	393	1680170,86	199204271	317	2611551,84	192088796
527	692356,9855	228108924,6	392	1690408,61	199060215	317	2611551,84	192088796
522	717826,8166	226745670,4	391	1701971,96	198949299	316	2626193,48	192054837
520	727098,1733	226177454,3	387	1750894,76	198572369	315	2639227,86	191980696
517	747557,5969	225488939,9	385	1760902,59	198022565	315	2639227,86	191980696
513	764410,9203	224310273	382	1786071,57	197451789	313	2672110,62	192002766
509	789078,347	223326958,7	382	1786071,57	197451789	313	2672110,62	192002766
506	803666,4729	222491661,8	381	1794700,07	197267502	312	2676707,77	191717694
502	820340,401	221308510	381	1794700,07	197267502	312	2676707,77	191717694
499	835828,086	220495702,2	379	1815990,34	196999758	310	2718004,41	191950110
496	856788,6567	219819716,4	376	1867232,08	197080802	307	2770574,38	192064360
494	868546,7491	219313668,7	374	1892624,89	196915622	304	2822330,61	192158265
487	912137,8245	217603445,6	374	1892624,89	196915622	303	2842647,24	192266181
486	926861,6245	217571540,6	373	1903514,79	196787870	303	2842647,24	192266181

T9:tableau du calcul du cout total en fonction du nombre de sièges

nd	regret total	coût total	nd	regret total	coût total
302	2860197,67	192304941,8	254	3808735,48	196818387
300	2904892,462	192622311,6	253	3815850,11	196596253
296	2952586,373	192214659,3	252	3837247,26	196731181
296	2952586,373	192214659,3	252	3837247,26	196731181
293	2992962,91	192024072,7	252	3837247,26	196731181
292	3013912,076	192147801,9	251	3867484,46	197087111
292	3013912,076	192147801,9	249	3927179,31	197779483
292	3013912,076	192147801,9	248	3957654,26	198141357
291	3035143,676	192278591,9	248	3957654,26	198141357
289	3071641,271	192391031,8	246	4008750,9	198618772
288	3087689,129	192392228,2	246	4008750,9	198618772
287	3119912,712	192797817,8	246	4008750,9	198618772
286	3141497,645	192937441,1	246	4008750,9	198618772
284	3168534,385	192813359,6	245	4039831,5	198995787
283	3184830,403	192820760,1	244	4059334,78	199083370
282	3203498,807	192887470,2	243	4081679,43	199241986
282	3203498,807	192887470,2	241	4139238,94	199880974
282	3203498,807	192887470,2	240	4147102,48	199677562
281	3214514,55	192762863,7	240	4147102,48	199677562
281	3214514,55	192762863,7	239	4169700,93	199842523
280	3247824,05	193195601,2	239	4169700,93	199842523
278	3283679,746	193291993,7	238	4201548,33	200238708
278	3283679,746	193291993,7	237	4221544,6	200338615
277	3328689,913	194017247,8	236	4248280,7	200607018
275	3356926,472	193923161,8	234	4308619,04	201315476
273	3396866,397	194121659,9	233	4324775,46	201319387
272	3412035,619	194100890,5	232	4357152,86	201728822
271	3431557,809	194188945,2	231	4389588,01	202139700
271	3431557,809	194188945,2	231	4389588,01	202139700
271	3431557,809	194188945,2	231	4389588,01	202139700
271	3431557,809	194188945,2	230	4416919,08	202422977
270	3454743,909	194368597,7	230	4416919,08	202422977
269	3482671,809	194666795,2	229	4440504,58	202612615
268	3498224,462	194655611,6	227	4512166,74	203604168
268	3498224,462	194655611,6	226	4520904	203422600
266	3534048,123	194751203,1	226	4520904	203422600
265	3551737,248	194793431,2	225	4544763,24	203619081
265	3551737,248	194793431,2	224	4568642,69	203816067
264	3558205,094	194555127,4	224	4568642,69	203816067
264	3558205,094	194555127,4	224	4568642,69	203816067
262	3594009,112	194650227,8	224	4568642,69	203816067
262	3594009,112	194650227,8	223	4596870,13	204121753
261	3618054,312	194851357,8	223	4596870,13	204121753
261	3618054,312	194851357,8	223	4596870,13	204121753
259	3655479,203	194986980,1	223	4596870,13	204121753
258	3691989,786	195499744,7	223	4596870,13	204121753
258	3691989,786	195499744,7	223	4596870,13	204121753
258	3691989,786	195499744,7	223	4596870,13	204121753
256	3765639,72	196540993	223	4596870,13	204121753
255	3795190,22	196879755,5	223	4596870,13	204121753

Suite du tableau du calcul du coût total



G2: Convexité de la fonction du coût total.

## 6. Conclusion

Comme il est communément admis, il n'y a pas de méthode de répartition qui soit parfaite. La perfection dépend du but recherché par le politique. Dans une société équitablement représentée, il est logique de rechercher une répartition des sièges de l'assemblée entre les différentes circonscriptions tout en maintenant le coût d'opération de cette assemblée à un niveau socialement acceptable.

Cet article présente une alternative à ce qui a été fait et présenté jusqu'à présent. Pour une fois, la notion de prise en compte d'un coût dans la détermination de la taille de l'assemblée est considérée. Un algorithme qui contribue dans ce sens est présenté avec sa transcription dans le langage Visual Basic.

## Bibliographie

[1] Balinski, M.L. et Young, H.P. 1982. Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man One Vote. Yale University Press, New Heaven.

- [2] Efton Park "The Mathematics of Apportionment" <https://litigation-essentials.lexisnexis.com/webcd/app?action=DocumentDisplay&crawlid=1&doctype=cite&docid=7+U+Chi+L+Sch+Roundtable+27&srctype=smi&srcid=3B15&key=d557240fcb83528d49f0a0f4e0b46baa>
- [3] Journal Officiel de la République Algérienne N°8 15 Février 2012
- [4] Liste des wilayas d'Algérie par population source <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?oldid=90362943>
- [5] Methods of Apportionment <https://www.census.gov/history/www/reference/apportionment/method>
- [6] Mann, I. et Shapley, L. 1960. Values of Large games, VI: Evaluating the Electoral College by Monte Carlo Techniques. Research Memorandum RM-3158-PR, The Rand Corporation, Santa Monica, CA.
- [7] Prasad, K. et Kelly J. 1990. NP-Completeness of Some Problems Concerning Voting Games. International Journal of Game Theory N° 19.